De I Tjing van muziek

Gjalt J. Wijmenga

2024

Inleiding

Deze verhandeling over de fenomenologie van muziek gaat uit van epimore intervalsverhoudingen. De aanleiding om een fenomenologie van muziek te beschrijven komt voort uit mijn eerdere onderzoek naar de structuur van toetsenbord-planimetrieën.

Inhoud

EPIMORISCHE INTERVALLEN

Boventonen en ondertonen
Met verwijzing naar Helmholtz' boek ''Sensations of Tone'' kunnen we ervan uitgaan dat iedere frequentie zowel een boventoonreeks als een ondertoonreeks heeft. Stellen we de waarde van een willekeurig te kiezen grondtoonfrequentie op 1, dan voldoet iedere boventoon aan de formule (1+x) en iedere ondertoon aan de formule 1/(1+x), waarbij x altijd een positief geheel natuurlijk getal voorstelt.

Epimorische intervallen als oerbron van het fenomeen muziek
Uitgangspunt van deze verhandeling is dat zodra we onze beschouwing uitbreiden van één naar meerdere tonen, er sprake blijkt te zijn van inwisselbare begrippen, een relativisme dat eigen is aan de beweeglijkheid van muziek. Een grondtoon vormt samen met een willekeurige boventoon een interval: grondtoon en boventoon. Hierbij geldt dus ook dat de grondtoon een ondertoon is van de boventoon. Het begrip grondtoon is in de muziek hooguit een aanvangssituatie, aangezien in de loop van een muzikaal gebeuren iedere toon een nieuwe grondtoon kan worden. In dit geval spreken we van modulatie. Intervallen die gevormd worden door opeenvolgende boventonen of ondertonen noemen wij epimorische intervallen: (1+x)/x of x/(1+x).

Melodie en harmonie
Betrekking hebbende op respectievelijk opeenvolging en gelijktijdigheid. Tonen kunnen of in opeenvolging klinken of gelijktijdig. In het eerste geval spreken we van melodie en in het tweede geval van polyfonie of harmonie.

Drieklanken als producten van epimoren
De begrippen majeur en mineur hangen samen met de gegeven opeenvolgingen van respectievelijk boventonen en ondertonen. Een majeur drieklank is (1+x) ... (2+x) ... (3+x). Een mineur drieklank is 1/(3+x) ... 1/(2+x) ... 1/(1+x). Een epimoor interval heeft zowel een rekenkundig midden als een harmonisch midden. Schrijven we een majeur drieklank als (x-1) ... x ... (x+1) dan is x het rekenkundig midden van interval (x+1)/(x-1). Bij een mineur drieklank beschreven als 1/(x+1) ... 1/x ... 1/(x-1) is 1/x het harmonisch midden van het interval 1/(x-1) : 1/(x+1) = (x+1)/(x-1).

Middentoon-interval
Een middentoon-interval $x^2/(x^2-1)$ wordt gevormd door het rekenkundig midden en het harmonisch midden van een gegeven epimoor interval $x(x+1)/x(x-1)$. De afleiding van deze formules vloeit voort uit de gelijkstelling van de formules van boventoon-drieklanken en ondertoon-drieklanken, en wel als volgt:
We vermenigvuldigen de mineur drieklank met $(x+1)$:
1 ... $(x+1)/x$ ... $(x+1)/(x-1)$
Daarna vermenigvuldiging met $(x-1)$:
$(x-1)$ ... $(x^2-1)/x$ ... $(x+1)$
Tenslotte vermenigvuldiging met x:
$x(x-1)$ ... (x^2-1) ... $x(x+1)$
We vermenigvuldigen vervolgens de majeur drieklank met x:$x(x-1)$ ... x^2 ... $x(x+1)$
Hieruit volgt dat $x^2/(x^2-1)$ het middentoon-interval is van interval $x(x+1)/x(x-1)$. Bovendien blijkt hieruit dat een middentoon-interval altijd een epimoor is. Dit heeft echter wel als consequentie dat voor even waarden van x het interval geen epimoor is maar een product van twee epimoren. Een bekend voorbeeld hiervan is de grote sext 5/3 met als middentoon-interval de diatonische halve toon 16/15.
De termen majeur en mineur kunnen behalve op drieklanken van opeenvolgende boventonen of opeenvolgende ondertonen ook betrekking hebben op de subintervallen binnen een drieklank. Een epimoor kan majeur zijn of mineur. De teller van een majeur interval is altijd oneven, die van een mineur interval is altijd even. En bij de noemers is dit uiteraard andersom.
In beginsel is ook beschouwing mogelijk van een opeenvolging van meer dan drie epimoren, en we spreken dan van vierklanken, vijfklanken, enzovoort. En ook hier gelden de begrippen majeur en mineur al naar gelang we uitgaan van respectievelijk boventonen en ondertonen.
Voor $x = 1$ is 1/0 het middentoon--interval
interval van interval 2/0, in beide gevallen ∞ . Onhoorbaar, buiten bereik van het menselijk gehoor, symbolisch voor het Onkenbare, de omnipotente ‘’grondtoon’’ van het Universum.
Voor $x = 2$ zien we het product van twee epimoren, t.w. 2/1 en 3/2, met 4/3 als middentoon-interval.
Voor $x = 3$ is 9/8 middentoon-interval van de epimoor 2/1, het octaaf.
Enzovoort, totdat bij steeds hogere x-waarden het middentoon-interval ten opzichte van het epimore interval relatief steeds kleiner wordt, naderend tot de waarde 1 = meetkundig midden.

Klankclusters
Bestaande uit samenklanken van in ieder geval meer dan drie tonen. Muziek kan in dit geval verder gaan dan 3-limit, 5-limit en 7-limit. In geval van 11-limit, 13-limit, enz. beweegt zich de muziek buiten de kaders van gebruikelijke toonladders, die maximaal zeventonig zijn. Klankclusters kunnen bestaan uit opeenvolgende boventonen of ondertonen, en men spreekt dan van spectrale accoorden.

TONALITEIT

Epimore wolk
Tonaliteit is gegeven door de aanwezigheid van clusters van opeenvolgende boventonen of ondertonen, hetzij in opeenvolging, hetzij simultaan klinkende. Rondom een tooncentrum kunnen we ons een epimore wolk voorstellen. Een epimore wolk bestaat uit tonen die een epimore relatie hebben tot een gegeven centrale toon of grondtoon. We kunnen ons vanuit een grondtoon voor ieder priemgetal een vectoriële richting voorstellen, waarin intervalstapeling ofwel modulatie denkbaar is. Voor het getal 2 zijn dit octaven, voor het getal 3 kwinten, voor het getal 5 tertsen, enz. Een twee-dimensionale doorsnede van een epimore wolk is de matrix, die 5-limit is en opgebouwd is volgens drie vectoriële richtingen, die hoeken van 60 graden met elkaar vormen. De kwinten zijn horizontaal afgebeeld. De middentoon-intervallen van de kwinten bevinden zich op lijnen die loodrecht staan op de kwintenlijn. Modulatie is de muzikale dynamiek waarbij de grondtoon verandert en daarmee de tonaliteit. Daarbij behoren ook de interacties of resultanten tussen deze vectoren onderling. Bijvoorbeeld uit 2 en 3 volgen behalve kwinten ook kwarten, en uit 3 en 5 volgen zowel grote als kleine tertsen. We kunnen ook spreken van dwarsverbindingen waarbij octavering als eerste manifestatie van modulatie een rol speelt. Rondom iedere grondtoon kan een daarbij behorende epimore wolk gedacht worden.
Iedere toon kan grondtoon zijn van boventonen en ondertonen, die of latent of manifest zijn. Dit relativistische beginsel is de essentie van muziek. Verschillende tonen zijn gelijkwaardig, en dit is het geheim van polyfonie.

Tonica, dominant, subdominant
In samenhang met dit concept kennen we het begrip toonladder. Het geraamte van een toonladder bestaat uit het octaafinterval 2/1 inclusief het daarbij behorende middentoon-interval, de pythagorese hele toon 9/8. Het octaaf is de boventoon van de grondtoon en de grondtoon is de ondertoon van het eerder genoemde octaaf.

De kwint is een boventoon van de grondtoon en de kwart is een ondertoon van het octaaf. De grondtoon van de toonladder is tevens de grondtoon van de tonica, de kwint is de grondtoon van de dominant. En de kwart is de grondtoon van de subdominant. Aan deze drie grondtonen - een hoofdgrondtoon en twee subgrondtonen - kunnen boventonen en ondertonen worden gerelateerd: kwinten en grote tertsen. Respectievelijk 3-limit en 5-limit. Het voorkomen van 7-limit intervallen in een toonladder met niet meer dan zeven tonen is een verhaal apart. In geval van boventonen is de dominant de kwint van de tonica en het octaaf de kwint van de subdominant. De kwint van de dominant geeft een extra toon, namelijk een secunde, de pythagorese hele toon 9/8, die dus gelijk is aan het middentoon-interval van het octaaf. In geval van ondertonen moeten we wat betreft toonhoogte van boven naar beneden denken. De kwart is de dominant ten opzichte van het octaaf en de kwint de subdominant. Van tonica, dominant en subdominant bestaan dus zowel een majeure als een mineure versie.

Toonladders

Een toonladder word geconcipieerd binnen een octaaf en bestaat uit een opeenvolging van verschillende epimoren, waarbij alle tonen een epimore relatie hebben met één grondtoon.

Een 3-limit toonladder, d.w.z. bestaande uit intervallen die slechts te beschrijven zijn met behulp van de factoren 2 en 3, zou alleen maar vijftonig kunnen zijn, omdat vanuit een grondtoon zowel in de boventoonrichting als in de ondertoonrichting in beide gevallen slechts een maal een intervalstapeling mogelijk is, die een epimoor oplevert. Daardoor ontstaan middels octavering in totaal drie phytagorese hele tonen in de reeks, maar ook twee intervallen met de waarde 32/27. Er is dus geen doorlopende opeenvolging van epimoren, die steeds verschillend zijn. Daarom kan er ook geen sprake zijn van een toonladder zoals bedoeld in de hier geconcipieerde definitie.

Een 3-limit opeenvolging van vijf tonen binnen een octaaf berust op een stapeling van kwinten, die middels octavering twee opeenvolgende pythagorese hele noten oplevert, hetgeen dus ook een stapeling is, die in beginsel verwijst naar modulatie. Er is dus in geval van 3-limit opeenvolging van tonen binnen een octaaf eerder sprake van fragmentatie dan van een samenhangend geheel van epimoren. Anders geformuleerd: 3-limit geeft meer associatie met modulatie ofwel intervalstapeling dan met harmonie rondom een rustpunt.

Een pentatoons toonladder A C D E G A1 kan ook 5-limit (factoren 2, 3 en 5) zijn en wel op twee wijzen:

6/5 ... 9/8 ... 10/9 ... 6/5 ... 10/9

6/5 ... 10/9 ... 9/8 ... 6/5 ... 10/9

Het product van alle intervallen binnen het octaaf is in beide gevallen gelijk aan 2/1. De intervallen 6/5 en 10/9 komen elk twee maal voor maar niet in directe opeenvolging. Het interval 9/8 (DE) blijkt in het tweede geval het middentoon-interval te zijn van A ... A1.

Wanneer we behalve de grondtoon van het octaaf ook de beide middentonen van dit octaaf als grondtoon nemen en daarvan de kwinten en de grote tertsen, dan kunnen we hieruit de zeventonige majeur diatonische toonladder C D E F G A B C1 ontstaan denken, waarbij FG het middentoon-interval is van octaaf C-C1:

9/8 ... 10/9 ... 16/15 ... 9/8 ... 10/9 ... 9/8 ... 16/15

Uitgaande van ondertonen kunnen we ons een mineur diatonische toonladder indenken. De volgorde der epimore intervallen is in tegengestelde richting:

16/15 ... 9/8 ... 10/9 ... 9/8 ... 16/15 ... 10/9 ... 9/8

De grondtoon van een mineurtoonladder blijkt hier de kwint te zijn van de grondtoon van een majeur toonladder. Gangbaar is echter om een mineur toonladder te laten beginnen met dezelfde grondtoon als die van een majeur toonladder:

9/8 ... 16/15 ... 10/9 ... 9/8 ... 16/15 ... 9/8 ... 10/9

In beide gevallen is 9/8 het middentoon-interval van het octaaf.

We zien dus dat al naar gelang met welke toon men een toonladder laat beginnen er sprake is van verschillende modi. Er zijn per toonladder net zo veel modi denkbaar als het aantal tonen waaruit een toonladder bestaat.

In zowel de majeur en mineur diatonische toonladder als in de melodische toonladder zien we een opeenvolging van drie epimoren, te weten 9/8, 10/9 en 16/15.

Zoals 9/8 en 10/9 samen het interval 5/4 vormen, zo behoort bij 16/15 ook een interval. Aangezien de teller 16 een even getal is, weten we dat we 16/15 een mineur interval is. Hieruit volgt de conclusie dat het erbij behorende majeur interval geen andere kan zijn dan 15/14, om het product van deze twee een epimoor te laten zijn. Het product 15/14 en 16/15 vormt het interval 8/7. Dit interval is ook een mineur interval, dat vermenigvuldigd met 7/6 het interval 4/3 vormt. We hebben nu te maken met 7-limit intervallen. De diatonische halve toon vormt dus de poort naar 7-limit! De opeenvolging van 15/14 en 16/15 vinden we in de zigeuner toonladder. Stel dat we uitgaan van grondtoon C, dan vormt de kwint G een diatonische halve toon met As: 16/15. Vanaf de grondtoon vinden we voor de zigeunertoonladder de navolgende reeks epimoren:

9/8 ... 16/15 ... 7/6 ... 15/14 ... 16/15 ... 7/6 ... 15/14

Aangezien tot nu toe werd uitgegaan van middentoon-interval 9/8 van het octaaf, zouden we de zigeunertoonladder ook van G tot G1 kunnen noteren:
16/15 ... 7/6 ... 15/14 ... 9/8 ... 16/15 ... 7/6 ... 15/14
We zien dan twee kwarten met dezelfde epimoren-volgorde te weerszijden van middentoon-interval 9/8.
Een andere invalshoek voor weer een andere modus is de constatering dat de volgorde van 15/14 en 16/15 een majeur drieklank laat zien, zodat de opbouw van de zigeunertoonladder een majeur-karakter heeft en dus het beste zou kunnen voldoen aan deze volgorde:
5/4 (= 7/6 x 15/14) ... 6/5 (= 9/8 x 16/15) ... 7/6 ... 8/7 (= 15/14 x 16/15)
In dit geval zou de zigeunertoonladder aanvangen met As in plaats van met C. Maar of de C, de G of de As wordt gekozen als tonaal centrum, in geen van deze gevallen kunnen epimoren gevormd worden met alle tonen van de toonladder. Er blijkt altijd 1 toon te zijn waarbij dit niet het geval is.
De diatonische halve toon 16/15 zoals die in diatonische toonladders voorkomt geeft toegang tot 7-limit intervallen omdat 16/15 het mineur subinterval is van 8/7. Omdat het product van grote terts 5/4 en diatonische halve toon 16/15 gelijk is aan een kwart 4/3, volgt hieruit dat 7/6.15/14 = 5/4. De chromatische halve toon 25/24 geeft indirect toegang tot 7-limit via 13-limit, en wel als volgt: 25/24.26/25=13/12; 13/12.14/13=7/6. Bovendien is de diëse 49/48 het majeur subinterval van de chromatische halve toon 25/24. En de diëse is het middentoon-interval van de kwart 4/3.
De harmonische toonladder lijkt een hybride te zijn van de mineur diatonische toonladder en de zigeunertoonladder. Het ligt voor de hand hierbij ook te denken aan een hybride tonaliteit. Echter, er is maar 1 grondtoon die epimoren kan vormen met alle andere tonen van de toonladder en dat is de grondtoon van de tonica.
De melodische toonladder is ook een hybride, namelijk van een majeur en een mineur diatonische tooladder. Vanwege het gelijktijdig voorkomen van grote tertsen en een kleine terts is de conclusie onvermijdelijk dat er sprake is van bitonaliteit, namelijk de aanwezigheid van twee grondtonen, die met elkaar een kwint vormen, die beide ook deel uitmaken van de tonica. In beide gevallen is geen sprake van laddervreemde tonen.
Overigens is het zo dat in de diatonische toonladders, zowel majeur als mineur, vanuit alle drie de tonen van de tonica epimore relaties met alle andere tonen van de toonladder kunnen voorkomen.

MODULATIE

Intervalstapeling
Als de volgorde van epimoren willekeurig is, verandert de tonaliteit. Er is dan sprake van intervalstapeling in één bepaalde vectoriële richting, dus modulatie. De hoorbare indicatie voor een modulatie is het verschijnen van een leidtoon.

Leidtoon-interval
Een leidtoon is in eerste instantie een laddervreemde toon die vanuit een ander tooncentrum een epimore relatie heeft met een toon, die al een relatie heeft met de oorspronkelijke grondtoon. Een dergelijke epimore relatie kunnen we een leidtooninterval noemen. Een leidtooninterval is een middentooninterval van een epimoor of van een product van twee opeenvolgende epimoren. Een voorbeeld van de laatste mogelijkheid is de diatonische halve toon 16/15, welke het middentoon-interval is van 5/3. Is het leidtooninterval 25/24 dan spreekt men van chromatiek. Dit interval 25/24 is het middentoon-interval van de kwint 3/2 dat een rol speelt bij tertsmodulaties. De verklaring voor het gegeven dat een leidtooninterval altijd gelijk is aan een middentoon-interval, is gelegen in het gegeven dat modulatie altijd volgt uit intervalstapeling. Als we uitgaan van een epimoor interval, dan gaan we ervan uit dat dit interval bestaat uit twee subintervallen, een majeur interval een een mineur interval. Wanneer vanuit de grondtoon van het epimore interval een intervalstapeling van het majeure subinterval plaatsvindt, dan houdt dit in dat het mineure subinterval plaats maakt voor een replica van het majeure subinterval. In dat geval is de boventoon van het epimore interval de grondtoon van het middentoon-interval. In het geval er een intervalstapeling plaatsvindt van een mineur subinterval is de boventoon van het epimore interval de boventoon van het middentoon-interval. In meerstemmige muziek kan een modulatie met meerdere leidtonen tegelijk plaatsvinden. Bijvoorbeeld 9/8, 16/15 en 81/80 bij een kwint-modulatie.

Atonale muziek
We zouden van atonale muziek kunnen spreken zodra muziek multitonaal wordt. Dit kunnen we ons voorstellen door twee epimore wolken die elkaar doordringen. Dit blijkt bij de zigeunertoonladder reeds het geval te zijn. In plaats van een opeenvolgingssituatie zoals in geval van modulatie is hier sprake van gelijktijdigheid. Bij een verdere vertakking van intervallen in subintervallen zijn vormen van subtonaliteit denkbaar. In zekere zin lost de tonaliteit op, en verliest de muziek zwaarte, met als gevolg een impressie van zweven en tijdloosheid.