# Muzikale structuren

## Grondbeginselen

### Woord vooraf

Deze tekst is niets meer dan een strikt rationele beschrijving van elementen en structuren in de muziek, waarmee een componist, een dirigent, een muzikant artistieke talenten kan ontplooien en voorbrengen tot meerder luistergenot van toehoorders en publiek.
Deze tekst is vergelijkbaar met de wetenschappelijke beschrijving van de kleuren, vormen en perspectief van schilderijen, of van de structuur en scheikundige samenstelling van eetwaren of geuren, deze dragen eveneens niets bij tot de artistieke waarde van een doek, of tot de prestaties van kok, œnoloog, of parfumeur.
Deze tekst verandert dus NIETS of voegt NIETS toe aan de huidige musicologische theorieën of inzichten. Hij is slechts een poging om alle elementaire rationele elementen betreffende muziek op een bondige en bevattelijke wijze samen te brengen.
De tekst kan gelezen worden zonder de formules in de tekst te begrijpen. De formules worden slechts gegeven, opdat de tekst volledig zou zijn voor diegenen die de formules wél begrijpen of er door geïnteresseerd zijn.
De tekst is bedoeld voor de volslagen leek op muzikaal gebied: het is niet gemakkelijk om als leek elementaire "technische" literatuur op muzikaal gebied te vinden; cultureel historische literatuur daarentegen is er gelukkig in overvloed.

**Klassieke muzikale vorming is en blijft vereist om artistieke muzikale prestaties te kunnen leveren.** Dit ligt buiten het doel van deze tekst.

### 1 Muziek

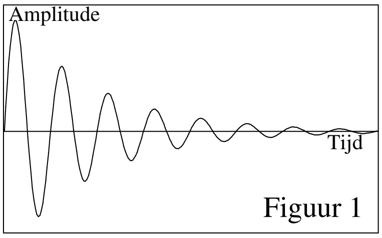
**Muziek is een geordende vorm van geluid, en bestaat uit een ritmische opeenvolging van in de tijd gespreide klanken.**

Een geluid is een door het oor waarneembare vorm van trillingen van de lucht. Trillingen in de lucht veroorzaken kleine luchtdrukvariaties, die zich in de omgeving voortplanten met een snelheid van circa 340 meter per seconde; dit is de snelheid van het geluid.
Een klank is samengesteld uit een som van al dan niet gedempte harmonische trillingen.

## 2 Harmonische Trillingen

*Gedempte trilling:* hiermee word *een trilling bedoeld die in de tijd uitsterft*, en *NIET* een trilling waarvan het volume of de klank door een of ander kunstmiddel verminderd wordt.

Één gedempte harmonische trilling is een trilling die verloopt volgens een zuivere sinusoïde, die met de tijd exponentieel vermindert in volume.
Deze wijze van trillen wordt voorgesteld door figuur 1 en formule 1:

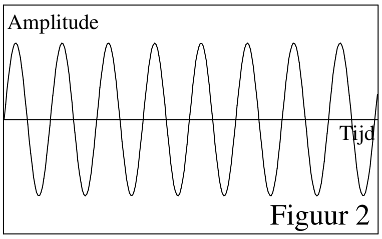


Figuur 1

$$a \times e^{-\sigma.t} \times \sin(2.\pi.f.t + \varphi) \qquad \text{Formule 1}$$

In deze formule heeft men volgende definities:

- $\sigma$: de dempingsfactor. deze bepaalt hoe snel de amplitude afneemt in de tijd
- $t$ : de tijd
- $a$ : de amplitude
- $f$ : de frequentie
- $\varphi$ : de faseverschuiving



Figuur 2

Indien niet gedempt (dit is indien $\sigma$ = 0, zodat $e^{-\sigma.t} = 1$), dan wordt de harmonische trilling voorgesteld door figuur 2 en formule 2:

$$a \times \sin(2.\pi.f.t + \varphi) \qquad \text{Formule 2}$$

## 3 Klanken

### 3.1 Periodieke trillingen

Veruit de meeste muziekinstrumenten genereren specifieke periodieke trillingen, en hebben daardoor een specifieke klank.
Periodieke trillingen zijn trillingen met een bepaalde golfvorm, die zich in de tijd steeds weer herhaalt.

Fourier (Frankrijk, 1768 - 1830) heeft aangetoond dat elke niet gedempte periodieke trilling, die wij hier F*(t)* noemen, kan ontleed worden in een som van niet gedempte harmonische trillingen, volgens formules 3 en 4 hieronder:

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ a_n \sin(2.\pi.n.f.t) + b_n \cos(2.\pi.n.f.t) \right] \qquad \text{Formule 3}$$

met

$$a_n = 2f \int_{-1/(2f)}^{1/(2f)} F(t) \sin(2.\pi.n.f.t)dt \quad \text{en} \quad b_n = 2f \int_{-1/(2f)}^{1/(2f)} F(t) \cos(2.\pi.n.f.t)dt \qquad \text{Formule 4}$$

Volgens formule 3 is een ongedempte periodieke trilling dus samengesteld uit harmonische trillingen waarvan alle samenstellende frequenties een veelvoud zijn van een grondfrequentie. De harmonische met grondfrequentie kan zelf ook een component van de klank zijn, maar dit is niet noodzakelijk vereist: de grondfrequentie mag ook ontbreken in deze reeks.

Mathematisch uitgedrukt, luidt de frequentie-eis voor een harmonische muzikale klank:

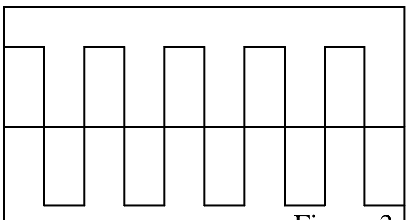
$$f_n = n \times f \pm \varepsilon_n \quad \text{met} \quad \begin{array}{l} n \geq 1\text{, en geheel} \\ \varepsilon_n \text{ zeer klein ten overstaan van } f \end{array} \qquad \text{Formule 5}$$

- Deze basisfrequentie $f$ noemt men de grondtoon, of grondharmonische, of fundamentele harmonische,…
- De bovenliggende frequenties noemt men boventonen of hogere harmonischen

De door het oor waarneembare frequenties $f_n$ liggen voor zeer goed horende mensen binnen een bereik dat gaat van 20 tot 20.000 trillingen per seconde (ook Hertz genoemd). De meeste mensen hebben echter een kleiner hoorbereik.

Klanken met bovenstaande eigenschappen zijn meestal zeer aangenaam voor het oor. Enkele zeer eenvoudige klanken, echter niet van de beste op muzikaal gebied, worden bijvoorbeeld weergegeven in figuren 3 en 4:

### 3.1.1 De vierkantsgolf:



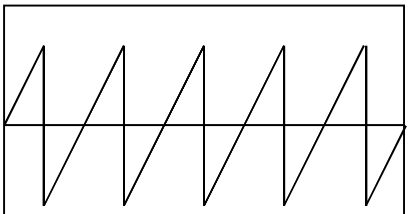
Figuur 3

Fourier analyse van deze golfvorm geeft een harmonische inhoud volgens formule 6:

$$\sum_{n=1,2,3,\ldots} \frac{a}{(2n+1)} \times \sin[2.\pi.(2n+1).f.t] \qquad \text{Formule 6}$$

Deze klank bevat alleen oneven harmonischen.

### 3.1.2 De zaagtand:



Figuur 4

Fourier analyse van deze golfvorm geeft een harmonische inhoud volgens formule 7:

$$\sum_{n=1,2,3,\ldots} \frac{a}{n} \times \sin(2.\pi.n.f.t) \qquad \text{Formule 7}$$

Deze klank bevat even en oneven harmonischen.

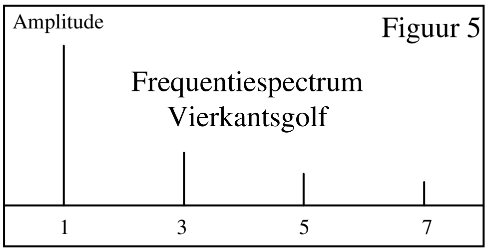
### 3.1.3 Andere periodieke klanken:

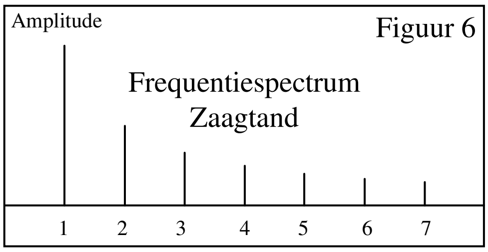
Klanken die door akoestische muziekinstrumenten opgewekt worden zijn meestal veel complexer dan bovenstaande voorbeelden, maar voldoen wel aan de eis van formule 5.
Een Fourier-integratie is mogelijk op elke willekeurige klank of meetkundig gedefinieerde golfvorm, talloze voorbeelden kunnen dus harmonisch ontleed worden.

Periodieke klanken zijn zeer belangrijk in de muziek, en zij worden voortgebracht door alle blaasinstrumenten, en door snaarinstrumenten die continu aangedreven worden, zoals bijvoorbeeld viool, cello, enz…

### 3.1.4 Frequentiespectrum van een klank

De kenmerkende akoestische en muzikale eigenschappen van een klank hangen vooral af van de frequentie en de amplitude van de verschillende harmonische trillingen die hem samenstellen, faseverschillen blijken niet belangrijk te zijn. Daarom worden de frequentie-componenten van de klank dikwijls grafisch weergegeven in een frequentiespectrum, zoals geschetst in figuren 5 en 6 hieronder:




## 3.2 Gedempte periodieke klanken

Men kan zoals bij niet gedempte periodieke klanken, vaststellen dat een gedempte periodieke klank samengesteld is uit harmonische trillingen, maar nu zijn ook deze gedempt.
De frequenties van de harmonische componenten dienen ook hier te voldoen aan de vereisten van formule 5, dat ze allen een veelvoud zijn van één grondfrequentie.
Ook gedempte periodieke klanken zijn voor de muziek zeer belangrijk.
De best gekende zijn de klanken voortgebracht door bijvoorbeeld piano, klavecimbel of harp.
Bij gedempte periodieke klanken dient er opgemerkt te worden dat niet alle harmonischen noodzakelijk dezelfde demping hebben. Dit heeft als effect dat de klank kan veranderen tijdens het uitsterven. Meestal sterven de hogere harmonischen het snelst uit.

## 3.3 Niet periodieke klanken

Het is niet steeds gemakkelijk een analyse te maken van de samenstelling van niet periodieke klanken. Niet periodieke klanken kunnen ontleed worden in een niet geordende som van harmonische trillingen, maar ze voldoen zeker niet aan de vereisten van formule 5.
Het meest extreem geval van niet periodieke klank is de zogenaamd "witte ruis".

Witte ruis omvat ALLE frequenties, met GELIJKE AMPLITUDE voor elke frequentie.
Men kan een zeer goede benadering van witte ruis horen bij een niet afgestemde ANALOGE FM-radio- of TV-ontvanger: bij DIGITALE telecommunicatie is er ook ruis, maar deze is ingevolge de digitale modulatie- en demodulatietechnieken niet meer waarneembaar.

# 4 Zwevingen

Indien men gelijktijdig twee harmonische trillingen van gelijke frequentie heeft, dan zullen deze versmelten tot één trilling op dezelfde frequentie, maar met gewijzigde amplitude en fase. Dit kan zeer eenvoudig mathematisch aangetoond worden.

- Twee gelijktijdige trillingen van gelijke frequentie kunnen voorgesteld worden als:

$$a \times \sin(2.\pi.f.t + \alpha) + b \times \sin(2.\pi.f.t + \beta) \qquad \text{Formule 8}$$

- Enkele bewerkingen laten toe om dit te herschrijven als:

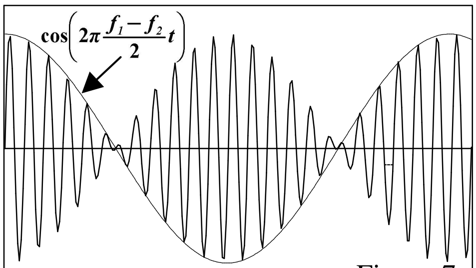
$$= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha - \beta)} \times \sin\left\{2.\pi.f.t + \mathrm{bg}\sin\left[\frac{a\sin\alpha + b\sin\beta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha - \beta)}}\right]\right\} \qquad \text{Formule 9}$$

- In formule 9 heeft men binnen de sinus slechts één term die functie is van de tijd en dus aanleiding geeft tot periodieke trillingen: de term $2.\pi.f.t$.
- De andere termen kunnen in de tijd veranderen indien ze een dempingsfactor bevatten in $a$ en of $b$ (zie formule 1) maar ze veroorzaken geen periodieke verschijnselen:
  - $\alpha$ en $\beta$ zijn constanten
  - de $\mathrm{bg}\sin$ functie heeft steeds een waarde tussen $\alpha$ (voor $b$=0) en $\beta$ (voor $a$=0).
  - De demping heeft in de tijd dus hoogstens een beperkte invloed op de amplitude en de fase.

## 4.1 Zwevingen tussen harmonische trillingen

Indien twee harmonische trillingen een nagenoeg gelijke frequentie hebben, dan zullen ze versmelten tot één trilling van nagenoeg gelijke frequentie, maar waarbij in de trilling trage periodieke wijzigingen hoorbaar zijn, die men zwevingen noemt.

Zwevingen tussen harmonische trillingen zijn het best waar te nemen indien de twee harmonische trillingen een gelijke amplitude hebben, omdat ze dan samensmelten in één zwevende trilling zonder andere bijhorende geluiden. De frequentie van het hoorbaar geluid is dan het gemiddelde van de twee, en de frequentie waarmee dit geluid zweeft is zuiver mathematisch gesproken, gelijk aan het halve verschil van de twee, zoals aangetoond door formule 10, en in figuur 7 hieronder.




Figuur 7

$$\sin 2.\pi.f_1.t + \sin 2.\pi.f_2.t$$
$$= 2 \times \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \times \sin\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right)$$

Formule 10

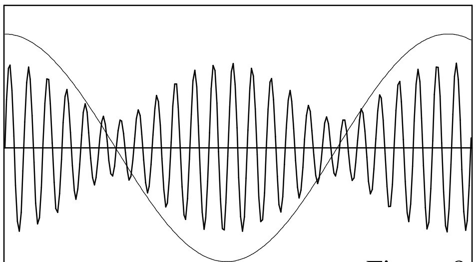
Belangrijke bemerking: bij akoestische waarnemingen spreekt men steeds van een akoestische zwevingsfrequentie, die gelijk is aan het HELE verschil van de twee frequenties, in plaats van het HALVE verschil, zoals weergegeven in de cosinus-functie van formule 10. Zoals op figuur 7 kan vastgesteld worden, komt dit doordat de trilling twee maal door een maximum en een minimum gaat gedurende één periode van de cosinus-functie (de "mathematische" zwevingsfrequentie in deze formule).

Ook indien de twee harmonische trillingen ongelijke amplitude hebben kunnen er hoorbare zwevingen ontstaan: de zwevende trilling is een harmonische trilling met een frequentie die gelijk is aan de gemiddelde frequentie van de twee harmonische trillingen, maar die op een zeer complexe wijze in amplitude en fase gemoduleerd is op een frequentie gelijk aan de verschilfrequentie.

Dit kan vastgesteld worden aan de hand van figuur 8, en van formule 11 hieronder:

$$a \sin(2.\pi.f_a.t) + b \sin(2.\pi.f_b.t)$$
$$= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos[2.\pi.(f_a - f_b).t]} \times \sin\left[2.\pi.\left(\frac{f_a + f_b}{2}\right).t + \varphi\right]$$

Formule 11



Figuur 8

met $\varphi = \mathrm{bg}\sin\left\{\frac{(a-b)\sin\left[2.\pi.\left(\frac{f_a - f_b}{2}\right).t\right]}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos[2.\pi.(f_a - f_b).t]}}\right\}$

Voor ALLE gevallen waar een zweving optreedt, is de AKOESTISCHE zwevingsfrequentie dus:

$$f_{zweving} = f_a - f_b$$

Formule 12

Afhankelijk van het verschil in toonhoogte van de twee oorspronkelijke harmonische trillingen, kunnen bepaalde zwevingsfrequenties voor het oor zeer hinderlijk zijn; deze combinaties noemt men dissonant.

Het vermijden van dissonanties is de vereiste waaraan men poogt te voldoen bij:

- Het definiëren van de noten van een toonladder
- Het stemmen van een instrument
- Het uitwerken van harmonische akkoorden

Wanneer het verschil in frequentie van twee gelijktijdige harmonische trillingen voldoende groot wordt, worden ze beide opnieuw als afzonderlijke trillingen waargenomen.

## 4.2 Zweving tussen twee klanken

Ook in het geval dat men twee klanken tegelijk hoort, en klanken kunnen zoals hierboven uiteengezet talloze harmonischen bevatten, kan men zwevingen horen.
Wij bespreken hier een aantal tweeklanken die in de muziek belangrijk zijn, en waarbij er geen zwevingen worden waargenomen.
Omwille van de afwezigheid van zwevingen worden de hieronder besproken verhoudingen "rein" genoemd.

### 4.2.1 Verhouding 1/1 tussen grondtonen

Bij een verhouding 1/1 zullen de grondtonen en alle harmonischen van de twee klanken gelijke frequenties hebben.
Zelfs al zijn er mogelijk verschillen in amplitude, demping en fase, toch zullen de harmonischen van beide klanken steeds samenvallen en dus versmelten tot één nieuwe harmonische, zoals reeds aangetoond met de berekening van formules 8 en 9.

Bij afwezigheid van zwevingen spreekt men van een perfect unisono.
Een toonafstand tussen twee klanken wordt in de muziek een "interval" genoemd.
Het "interval", de toonafstand tussen twee klanken dus, met een frequentie-verhouding gelijk aan 1/1, krijgt als naam: "prime" (zie voetnoot).

Zodra er echter een klein verschil in frequentie optreedt zullen alle harmonischen van de ene klank zweven met de corresponderende harmonischen van de andere klank.
Dit verschijnsel is bijna steeds overduidelijk waarneembaar.
De zweeffrequentie tussen de grondtonen $f_1$ en $f_2$ bedraagt (zie ook 4.1, formule 12):

$$f_{zwevingen} = f_2 - f_1 \qquad \text{in procenten:} \qquad PBP = 100.(f_2 / f_1 - 1) \qquad \text{Formule 13}$$

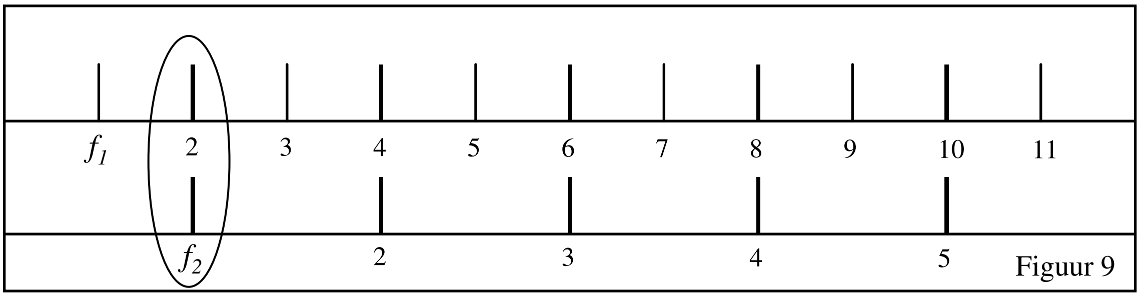
PBP: staat voor Percentage Beat Pitch (procentuele zweeffrequentie)

### 4.2.2 Verhouding 2/1 tussen grondtonen ($f_2/f_1 = 2$)

---

Deze naamgeving wordt verklaard onder: "5 Muzieknoten", in de toelichtingen bij tabel 4

De frequentiespectra van beide klanken zijn hieronder samen weergegeven in figuur 9.
Voor de eenvoud van de tekening en van de uiteenzetting wordt verondersteld dat alle getekende harmonischen éénzelfde amplitude hebben.



Figuur 9

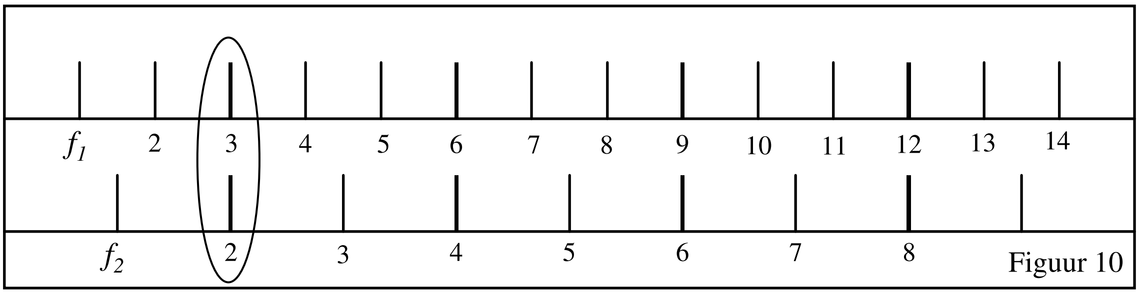
In de muziek definieert men dit interval als: "octaaf" (zie voetnoot).

Alle even harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle harmonischen van $f_2$.
67% van alle harmonischen vallen dus samen.
Doordat zeer veel harmonischen samenvallen, zal een kleine verschuiving in de grondtoon volstaan om zeer sterk waarneembare zwevingen te hebben.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 2-de harmonische van $f_1$ en de grondtoon van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

$f_{zwevingen} = f_2 - 2.f_1$ in procenten: $PBP = 100.(f_2 / f_1 - 2)$ Formule 14

4.2.3 Verhouding 3/2 tussen grondtonen ($f_2/f_1 = 3/2$)

De frequentiespectra van deze klanken staan geschetst in figuur 10 hieronder.



Figuur 10

In de muziek definieert men dit interval als: "kwint" (zie voetnoot).

Alle derde harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle even harmonischen van $f_2$.
40% van alle harmonischen vallen dus samen.
Een kleine verschuiving in de grondtoon zal leiden tot sterk waarneembare zwevingen, maar minder sterk dan bij het octaaf.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 3-de harmonische van $f_1$ en de 2-de harmonische van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

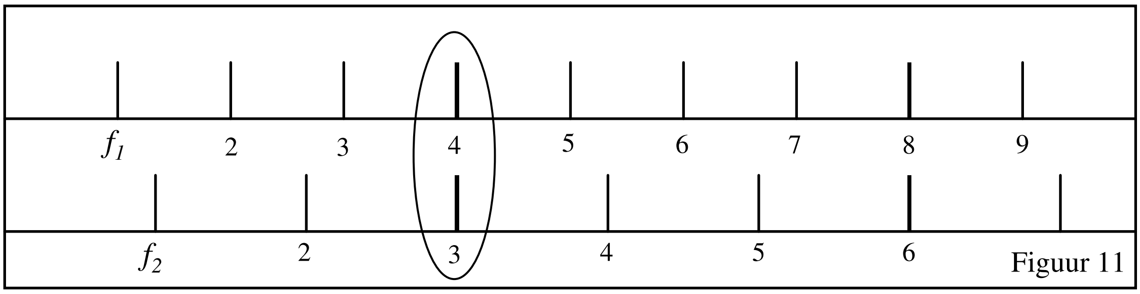
---

Deze naamgeving wordt verklaard onder: "5 Muzieknoten", in de toelichtingen bij tabel 4

$$f_{zwevingen} = 2.f_2 - 3.f_1 \quad \text{in procenten:} \quad PBP = 100.(2.f_2 / f_1 - 3) \qquad \text{Formule 15}$$

4.2.4 Verhouding 4/3 tussen grondtonen ($f_2/f_1$ = 4/3)

De frequentiespectra staan geschetst in figuur 11 hieronder.



Figuur 11

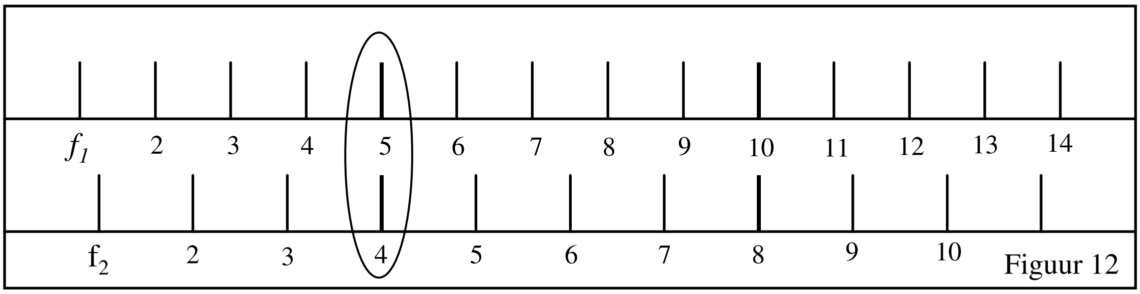
In de muziek definieert men dit interval als: "kwart" (zie voetnoot).

Alle vierde harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle derde harmonischen van $f_2$.
29% van alle harmonischen vallen dus samen.
Een kleine verschuiving in de grondtoon zal leiden tot sterk waarneembare zwevingen, maar minder sterk dan bij de kwint.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 4-de harmonische van $f_1$ en de 3-de harmonische van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

$$f_{zwevingen} = 3.f_2 - 4.f_1 \quad \text{in procenten:} \quad PBP = 100.(3.f_2 / f_1 - 4) \qquad \text{Formule 16}$$

4.2.5 Verhouding 5/4 tussen grondtonen ($f_2/f_1$ = 5/4)

De frequentiespectra staan geschetst in figuur 12 hieronder.



Figuur 12

In de muziek definieert men dit interval als: "grote terts" (zie voetnoot).

Alle vijfde harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle vierde harmonischen van $f_2$.
22% van alle harmonischen vallen dus samen.

---

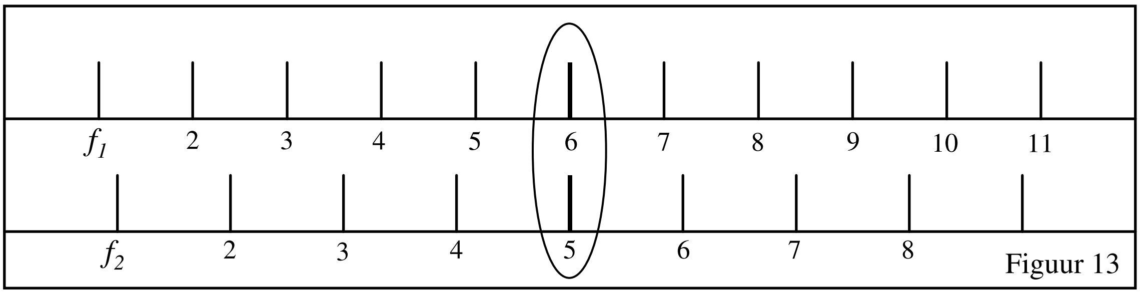
Deze naamgeving wordt verklaard onder: "5 Muzieknoten", in de toelichtingen bij tabel 4

Een kleine verschuiving in de grondtoon zal leiden tot waarneembare zwevingen. Op sommige instrumenten, afhankelijk van de harmonische samenstelling van de klank, is de onzuiverheid van de grote terts niet meer zo gemakkelijk waar te nemen.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 5-de harmonische van $f_1$ en de 4-de harmonische van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

$f_{zwevingen} = 4.f_2 - 5.f_1$ in procenten: $PBP = 100.(4.f_2 / f_1 - 5)$ Formule 17

4.2.6 Verhouding 6/5 tussen grondtonen ($f_2/f_1$ = 6/5)

De frequentiespectra staan geschetst in figuur 13 hieronder.



Figuur 13

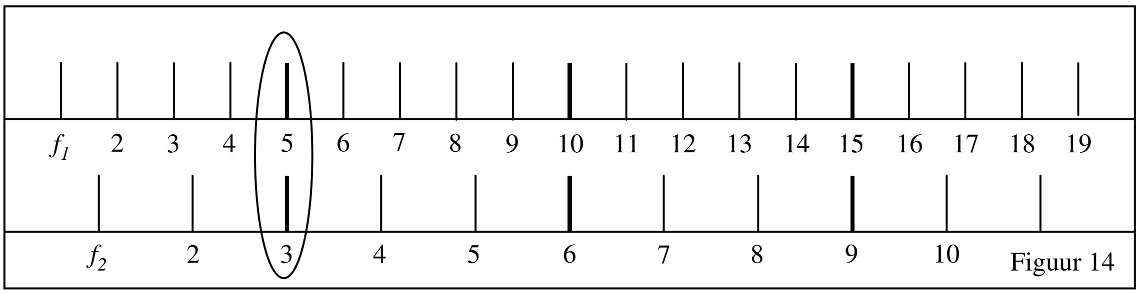
In de muziek definieert men dit interval als: "kleine terts" (zie voetnoot).

Alle zesde harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle vijfde harmonischen van $f_2$.
19% van alle harmonischen vallen dus samen.
Een kleine verschuiving in de grondtoon zal leiden tot waarneembare zwevingen. Van alle hier besproken tweeklanken zijn de zwevingen van deze tweeklank het moeilijkst waar te nemen.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 6-de harmonische van $f_1$ en de 5-de harmonische van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

$f_{zwevingen} = 5.f_2 - 6.f_1$ in procenten: $PBP = 100.(5.f_2 / f_1 - 6)$ Formule 18

4.2.7 Verhouding 5/3 tussen grondtonen ($f_2/f_1$ = 5/3)

De frequentiespectra staan geschetst in figuur 14 hieronder.



Figuur 14

Deze naamgeving wordt verklaard onder: "5 Muzieknoten", in de toelichtingen bij tabel 4

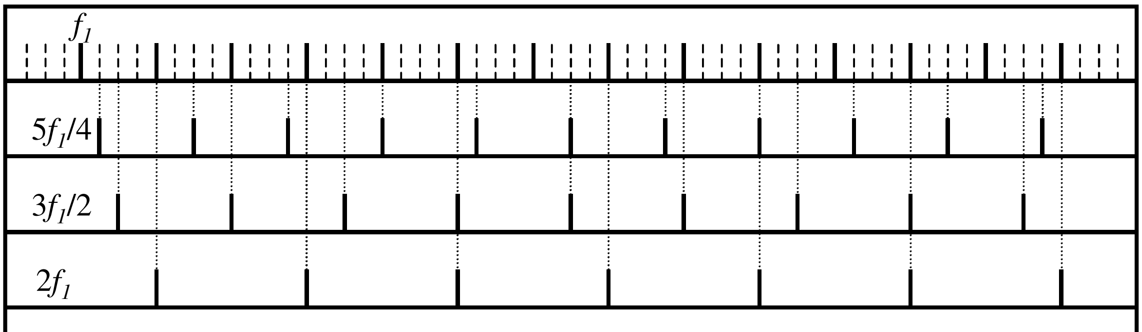
In de muziek definieert men dit interval als: "sext" (zie voetnoot) .

Alle vijfde harmonischen van $f_1$ vallen samen met alle derde harmonischen van $f_2$.
25% van alle harmonischen vallen dus samen.
Een kleine verschuiving in de grondtoon zal leiden tot waarneembare zwevingen.
De laagst waarneembare zweving heeft plaats tussen de 5-de harmonische van $f_1$ en de 3-de harmonische van $f_2$. De frequentie van deze zweving bedraagt:

$f_{zwevingen} = 3.f_2 - 5.f_1$ in procenten: $PBP = 100.(3.f_2 / f_1 - 5)$ Formule 19

4.2.8 Meer dan twee klanken

Een zeer klassieke combinatie omvat bijvoorbeeld het samenbrengen van vier klanken met frequentieverhoudingen 1, 5/4, 3/2 en 2/1, maar er zijn nog talloze andere mogelijkheden.
Bij de hier gestelde combinatie is het alsof er een nieuwe klank ontstaat met grondfrequentie gelijk aan $f_1$/4, maar waarvan een aantal harmonischen ontbreken: zoals de grondtoon zelf, en de harmonischen met rang 2, 3, 7, 9, 11, 13, 14, 17, 19, 21, 22, 23 ….
Zie figuur 15: alle bestaande harmonischen vallen steeds samen met een verdeling of tussenverdelingen op $f_1$, representatief voor de harmonischen op $f_1$/4.



Figuur 15

Goed klinkende combinaties van klanken krijgen in de muziek de naam "akkoord".

Het is meestal niet eenvoudig of evident om de samenklank van muzikale akkoorden te verduidelijken en te verklaren, zoals gedaan in dit voorbeeld.
Het is zelfs mogelijk dat bepaalde klanken mooi samenklinken op bepaalde muziekinstrumenten, en op andere dan weer niet, afhankelijk van de harmonische structuur van de klank van het instrument.

De klassieke muziekleer bestudeert zeer grondig de harmonie van akkoorden, en de "Harmonieleer" is voor deze muziek een uitzonderlijk belangrijk vak.

Deze naamgeving wordt verklaard onder: "5 Muzieknoten", in de toelichtingen bij tabel 4

# 5 Muzieknoten

Deze paragraaf bespreekt rekenkundige structuren waarop muzieknoten kunnen worden opgebouwd. Het cultureel-historisch facet van hun ontstaan wordt hier niet besproken.

Onder paragraaf 4 werd de basisstructuur van aangename samenklanken geanalyseerd.
De besproken verhoudingen waren samengesteld op basis van priemgetallen: 1, 2, 3 en 5.
Men zou ook kunnen denken aan verhoudingen opgebouwd met hierop volgende priemgetallen, maar dit wordt in de klassieke muziek nauwelijks toegepast. De factor 7 is meestal zelfs niet gewenst omdat ervaren werd dat zijn gebruik storend kan interfereren met de andere verhoudingen.

Men kan reeksen van klanken uitbouwen die paarsgewijs goed zullen samenklinken, bij middel van een opeenvolgend gebruik van de onder 4 besproken verhoudingen.
Dit leidt tot de klankverzameling van de klassieke muziek: de muzieknoten.

## 5.1 Gebruik van de verhouding 2/1 - het octaaf

Het gebruik van de verhouding 2/1 op zich leidt tot de reeks …1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8, 16, …

Bij akoestische waarneming van klanken volgens deze reeks ervaren wij deze als weinig van elkaar verschillend, met bovendien nog ruimte voor klanken met tussenliggende toonhoogte.
Een groep op zich van klanken die zich verhouden als 2/1 is daarom te beperkt voor het maken van muziek, maar is toch zeer belangrijk.
Doordat de mens klanken volgens deze reeks als gelijk ervaart, met alleen het verschil in toonhoogte, krijgen ze in de muziek éénzelfde naam: de naam van één noot.
Voor de noot "la" bijvoorbeeld heeft men voor de reeks van grondharmonischen de volgende frequenties:

20 ≤ 27,5 55, 110, 220, 440 Hertz, 880, 1.760, 3.520, 7.040, 14.080 ≤ 20.000

Noot: Doordat een klank harmonischen bevat, kan ons oor soms ook klanken lager dan 20 Hertz waarnemen. De grondtoon zal in dit geval niet gehoord worden, maar men zal wel alle harmonischen boven 20 Hz kunnen horen. Dit doet zich bijvoorbeeld voor bij de laagste noten van een orgel.

De frequentie van de noot "la" is internationaal genormaliseerd op de toonhoogte 440 Hertz, maar er zijn afhankelijk van plaats en tijd, of ook muziekstuk of -instrument, andere frequenties gangbaar, of gangbaar geweest.

## 5.2 Gebruik van de verhouding 3/2 - de kwint

### 5.2.1 De Pentatonische toonladder

Men kan zoals hierboven (onder 5.1), een reeks van klanken definiëren, waarbij deze nu steeds met een factor 3/2 verhoogd of verlaagd worden, in plaats van 2. Dit geeft een reeks van 5 noten.
Men bekomt de waarden in tabel 1.

| Noot | fa | do | sol | re | la |
|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | 3/2 | $(3/2)^2 = 9/4$ | $(3/2)^3 = 27/8$ | $(3/2)^4 = 81/16$ |
| Decimale waarde | 1 | 1,5 | 2,25 | 3.375 | 5,0625 |
| Toonhoogte | 86,914.. | 130,37.. | 195,56.. | 293,33.. | 440,00 |
| Tabel 1: Creatie van de noten fa, do, sol, re, la | | | | | |

Zoals besproken onder 5.1, is de verhouding 2/1 van het octaaf zeer belangrijk, met ruimte voor tussenliggende waarden. Alle verhoudingen in tabel 1 worden daarom herleid tot waarden gelegen tussen 1 en 2, door ze gepast te vermenigvuldigen of delen door machten van 2. Tegelijk worden de bekomen waarden gerangschikt van laag naar hoog.

Tabel 2 geeft de herschikte resultaten van tabel 1.

| Noot | do | re | fa | sol | la |
|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | $3^2/2^3$ | $2^2/3$ | 3/2 | $3^3/2^4$ |
| Decimale waarde | 1 | 1,125 | 1,333.. | 1,5 | 1.688.. |
| Toonhoogte | 260,74.. | 293,33.. | 347,65.. | 391,11.. | 440 |
| Tabel 2: Pentatonische toonladder | | | | | |

Bovenstaande reeks wordt pentatonisch genoemd, -de pentatonische toonladder-, omdat de reeks uit vijf elementen is opgebouwd. Door bijkomende vermenigvuldigingen of delingen met factor 2 kan men deze reeks herhalen in hogere of lagere octaven.

### 5.2.2 De diatonische toonladder volgens Pythagoras (ca. 582 v.Chr. – 500 v.Chr.)

De reeks in tabel 1 kan desgewenst verder naar boven worden uitgebreid met mi en si:

| Noot | fa | do | sol | re | la | mi | si |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | 3/2 | $(3/2)^2 =$ 9/4 | $(3/2)^3 =$ 27/8 | $(3/2)^4 =$ 81/16 | $(3/2)^5 =$ 273/32 | $(3/2)^6 =$ 819/64 |
| Decimale waarde | 1 | 1,5 | 2,25 | 3.375 | 5,0625 | 7,594.. | 11,391.. |
| Toonhoogte | 86,914.. | 130,37.. | 195,56.. | 293,33.. | 440,00 | 660,00 | 990,00 |
| Tabel 3: Bijkomende creatie van mi en si | | | | | | | |

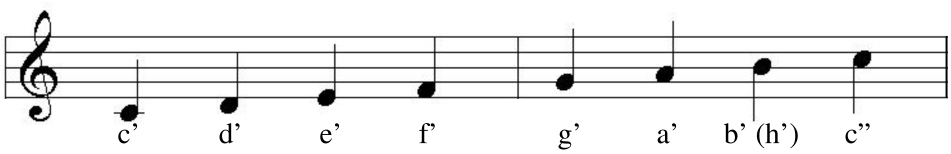
Of herschikt volgens toonhoogte en octaaf, zoals voor tabel 2:

| Noot | do | re | mi | fa | sol | la | si | do |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | $(3/2)^2$ | $3^4/2^6$ | $2^2/3$ | 3/2 | $3^3/2^4$ | $3^5/2^7$ | 2 |
| Decimale waarde | 1 | 1,125 | 1,265.. | 1.333.. | 1,5 | 1,6875 | 1,898.. | 2 |
| Toonhoogte | 260,7.. | 293,3.. | 330,0 | 347,6.. | 391,1.. | 440,0 | 495,0 | 521,4.. |
| Letternaam | c' | d' | e' | f' | g' | a' | b' | c" |
| Interval t.o.v. do | prime | seconde | terts | kwart | kwint | sext | septiem | octaaf |

Tabel 4: Diatonische toonladder - Volgens Pythagoras

- In tabel 4 staat er voor de noten nu ook een alternatieve "letternaam" genoteerd.
- Tabel 4 geeft ook de namen van de toonafstanden op ten overstaan van de do.
- De naam van een interval in het algemeen, wordt bepaald door het aantal noten te tellen die binnen het interval liggen, met inbegrip van de eerste en de laatste noot.
  Voorbeeld: voor de afstand mi tot si, heeft men: < mi (1) - fa (2) - sol (3) - la (4) - si (5) >
  het interval mi tot si is dus een kwint.
- Alle kwinten en kwarten zijn rein, behalve de (verkleinde) kwint si-fa en de (vergrote) kwart fa-si.
- De grote en kleine tertsen in tabel 4, zijn nogal onrein:
  - Grote Terts: do-mi, fa-la, sol-si = 1,265 (benadert 1,25)
  - Kleine Terts: re-fa, mi-sol, la-do, si-re = 1,185 (benadert 1,2)
- De tabel bevat vijf "gehele tonen", verhouding 9/8: do-re, re-mi, fa-sol, sol-la, la-si.
- De tabel bevat twee "halve tonen", verhouding $2^8/3^5$ (1,0535…): mi-fa, si-do.

Figuur 16 illustreert de plaats van de noten uit tabel 4 op een notenbalk met sol-sleutel, in stijgende volgorde c', d', e', f', g', a', b', c":




Figuur 16

•

### 5.2.3 De Chromatische toonladder (volgens Pythagoras)

Door verdere opeenvolgende vermenigvuldigingen of delingen met 3/2, gepaard aan delingen of vermenigvuldigingen met 2 om binnen het initieel octaaf te blijven, om dus de verhouding terug te brengen tot een getal gelegen tussen 1 en 2, kan men de reeks gedefinieerd in tabel 3 nog verder uitbreiden, zowel naar boven als naar onder toe.

- Naar boven toe creëert men opeenvolgend noten met een kruis (#) en dubbel kruis (## of x) als wijzigingsteken:
  fa#, do#, sol#, re#, la#, mi#, si#, fa## (fax), do## (dox), sol## (solx), re## (rex), la## (lax), mi## (mix), si## (six), …
  of ook:
  fis, cis, gis, dis, ais, eis, bis, fisis, cisis, gisis, disis, aisis, eisis, bisis, …

- Naar onder toe creëert men opeenvolgend noten met een mol (*b*) en dubbele mol als wijzigingsteken:

  si*b*, mi*b*, la*b*, re*b*, sol*b*, do*b*, fa*b*, si*bb*, mi*bb*, la*bb*, re*bb*, sol*bb*, do*bb*, fa*bb*, …

  of ook:

  bes, es, as, des, ges, ces, fes, beses, eses, ases, deses, geses, ceses, feses, …

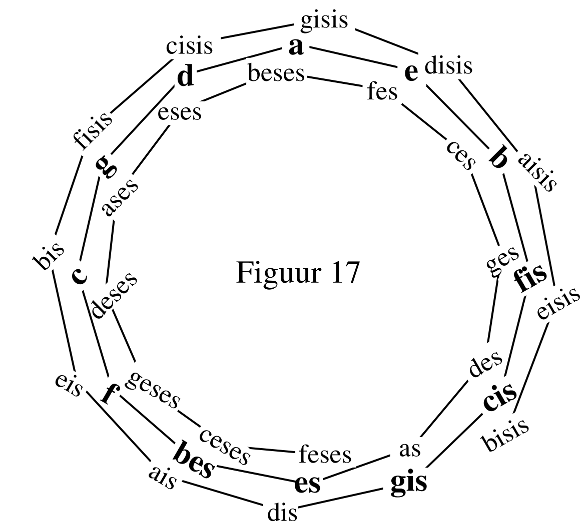
Beperkt tot de toegevoegde noten fa#, do#, sol#, si*b* en mi*b*, verkrijgt men tabel 5 hieronder:

| Noot | do | do# | re | mi*b* | mi | fa | fa# | sol | sol# | la | si*b* | si | do |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | $3^7/2^{11}$ | $(3/2)^2$ | $2^5/3^3$ | $3^4/2^6$ | $2^2/3$ | $3^6/2^9$ | 3/2 | $3^8/2^{12}$ | $3^3/2^4$ | $2^4/3^2$ | $3^5/2^7$ | 2 |
| Decimale waarde | 1 | 1,067 | 1,125 | 1,185 | 1,265 | 1.333 | 1,898 | 1,5 | 1,601 | 1,687 | 1,777 | 1,898 | 2 |
| Toonhoogte | 260,7 | 278,4 | 293,3 | 309,0 | 330,0 | 347,6 | 371,3 | 391,1 | 417,7 | 440,0 | 463,5 | 495,0 | 521,4 |

Tabel 5: Chromatische toonladder - volgens Pythagoras

Toelichtingen bij tabel 5, en bij systemen die men hieruit kan afleiden door verdere uitbreidingen naar boven en onder toe:

- Bij uitbreiding met re# (dis), kan men vaststellen dat re# bijna gelijk is aan mi*b* (es).
  Bij uitbreiding met la*b* (as), kan men vaststellen dat la*b* bijna gelijk is aan sol# (gis).
  Om deze reden beperkten we voorlopig het aantal noten in tabel 5 tot 12.
  Als men afziet van de vernoemde kleine verschillen is het alsof de rij van zeven noten zichzelf steeds weer herhaalt, waarbij men in een cirkel ronddraait: zie figuur 17, deze cirkel heeft de naam "kwintencirkel". Meer precies gesteld kan men van een kwintenspiraal spreken.



Figuur 17

- Noten, zoals es en dis, en gis en as in figuur 17, en andere noten die bij uitbreiding bijna gelijk zijn, hebben een verhouding gelijk aan de factor

  $3^{12}/2^{19}$ = 1,013643…

  - Deze noten noemt men "enharmonisch".
  - Deze verhouding $3^{12}/2^{19}$ = 1,013643… wordt een Pythagorische komma genoemd
- De noten met een kruis liggen steeds iets hoger dan de noten met een mol, en wel met een factor $3^{12}/2^{19}$ = 1,013643…: de Pythagorische komma.
  Noot: er bestaan muziekinstrumenten, waarbij een aantal toetsen met gewijzigde noten (de "zwarte" toetsen van een piano) gesplitst zijn, teneinde bij een muziekuitvoering het onderscheid te kunnen maken tussen kruis en mol.
- Alle kwinten in tabel 5 zijn rein (verhouding 3/2 = 1,5), behalve de kwint sol# - re# (re# vervangt mi*b*), die men ook kan beschouwen als de kwint la*b* (la*b* vervangt sol#) - mi*b*. De waarde van deze kwint bedraagt $2^{18}/3^{11}$= 1,479811. Zoals kan nagegaan worden is ook dit weer één Pythagorische komma verschillend van de reine kwint.

Men noemt deze kwint een wolfskwint omdat de zwevingen van deze kwint het huilen van een wolf evoceert.

- **Natuurlijke en Chromatische halve tonen:**
  - **De natuurlijke halve toon:** alle halve tonen tussen noten met een verschillende naam
    do# - re, re - mi*b*, mi - fa, fa# - sol, sol# - la, la - si*b*, si - do
    Deze toonafstand heeft een verhouding = $2^8/3^5$ = 1,053498, die ongeveer gelijk is aan vier Pythagorische komma's: $(1{,}013643\ldots)^4 = 1{,}0557 \approx 1{,}053498$
    Noot: de waarden 1,0557 en 1,053498 verhouden zich als:
    $3^{53}/2^{84}$= 1,00209031404109 (zie verder hieronder)
  - **De chromatische halve toon:** alle halve tonen tussen noten met gelijke naam
    Do - do#, mi*b* - mi, fa - fa#, sol - sol#, si*b*-si
    Deze toonafstand heeft een verhouding = $3^7/2^{11}$ = 1,067871, die ongeveer gelijk is aan vijf Pythagorische komma's: $(1{,}013643\ldots)^5 = 1{,}070103 \approx 1{,}067871$
    Noot: de waarden 1,070103 en 1,067871 verhouden zich ook hier als:
    $3^{53}/2^{84}$= 1,00209031404109 (zie verder hieronder)

- Indien men alle komma's binnen een octaaf samentelt bekomt men 53 komma's. Dit is zeer opvallend, want 53 lijkt een nogal willekeurig getal, maar
  $3^{53}/2^{84}$ = 1,00209031404109 een waarde die opnieuw uiterst dicht bij één ligt. De Duitse wiskundige Nicholas Mercator (1620-1687) heeft ooit voorgesteld om 53 noten per octaaf te hebben. De eerstvolgende verhoudingen die ook dicht bij één liggen, maar niet steeds even goed als voor de macht 53, zijn bijvoorbeeld:
  - 24: dit geeft $3^{24}/2^{38}$ = 1.027475668… en er werd reeds muziek met toonafstanden van 1/4 noot geschreven en uitgevoerd.
  - 41: dit geeft $3^{41}/2^{65}$ = 0.988602548… geen toepassing in de muziek
  - 306: dit geeft $3^{306}/2^{485}$ = 0.998978283… geen toepassing in de muziek
  - Nog hoger: er bestaan zeker nog verhoudingen met nog hogere machten van 3 en 2 die zeer dicht bij één liggen, maar het heeft geen zin er hier verder op in te gaan, want er is zoals bij 41 en 306 geen verband meer met muziek

De volgorde van ontstaan van kruisen en mollen, zoals hierboven uitgewerkt door opeenvolgende vermenigvuldigingen of delingen door 3/2, heeft natuurlijk ook zuiver muzikaal zijn belang. De gewijzigde noten moeten op de notenbalk kunnen genoteerd worden, en uitgevoerd in de muziekpraktijk.

- Indien de wijziging op een noot slechts sporadisch voorkomt, dan wordt het wijzigingsteken #, of *b* rechtstreeks vóór de noot genoteerd.
- "Gewijzigde" noten worden op dezelfde lijn als de oorspronkelijke noten genoteerd, maar om de wijziging duidelijk te maken worden er wijzigingstekens vooraan op de notenbalk genoteerd, volgens figuur 18. De aldus genoteerde voortekens zijn bepalend voor de toonaard van een muziekstuk.

Figuur 18

- De volgorde waarin de wijzigingstekens genoteerd worden, komt overeen met de volgorde waarin de wijzigingen ontstaan: fa, do, sol, re, la, mi, si voor de kruisen; en omgekeerd si, mi, la, re, sol, do, fa voor de mol.
- Mits behoud van de juiste volgorde en dus vertrekkend met een fa# of een si*b*, kan een notenbalk, geen, of één, of meerdere kruisen of mollen bevatten, nooit kruisen en mollen tegelijk.

**Toonaarden:**

- De Pythagorische diatonische toonladder tabel 4 (par. 5.2.2,) heeft de toonaard C groot, omdat er een grote terts staat op de grondnoot C. Hij heeft ook de toonaard A klein, omdat er een kleine terts staat op de noot A. Deze toonladder kan zonder wijzigingstekens opgetekend worden op een notenbalk (zie figuur 16).
- Bij toevoeging van wijzigingstekens kan men een gelijkaardige reeks toonverhoudingen terugvinden als in de toonladder tabel 4, maar men moet daartoe telkens van uit een andere grondnoot vertrekken. Men bekomt de reeks toonaarden gegeven in tabel 6.

| Toonaarden | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Geen # of *b* | C groot (*) | A klein (*) | | | |
| # | G groot (*) | E klein (*) | *b* | F groot (*) | D klein (*) |
| ## | D groot (*) | B klein (*) | *bb* | Bes groot (*) | G klein (*) |
| ### | A groot (*) | Fis klein (*) | *bbb* | Es groot (*) | C klein (*) |
| #### | E groot (*) | Cis klein (*) | *bbbb* | As groot (*) | F klein (*) |
| ##### | B groot (*) | Gis klein (*) | *bbbbb* | Des groot | Bes klein (*) |
| ###### | Fis groot (*) | Dis klein (*) | *bbbbbb* | Ges groot | Es klein (*) |
| ####### | Cis groot (*) | Ais klein | *bbbbbbb* | Ces groot | As klein |
| Tabel 6 | | | | | |

(*): Alle toonaarden die met (*) gemerkt zijn, zijn toonaarden die gebruikt zijn in "Das Wohltemperierte Klavier" van J. S. Bach.

Snaren op strijkinstrumenten zijn ook in de hierboven beschreven volgorde aangebracht, en de naburige snaren op deze instrumenten, die dus een kwint vormen, worden met elkaar gestemd door het wegwerken van de zwevingen tussen deze snaren.

## 5.3 Gebruik van verhoudingen 3/2, 5/4 en 6/5

De natuurlijk harmonische toonladder, ook reine stemming genoemd.
(Aristoxenos, 4e eeuw v.Chr; Ptolemaeus, 90-168 na Chr.; Zarlino, 1517 - 1590).

Ook de terts is in de muziek zeer belangrijk.
De tertsen binnen een pythagorische wijze van stemmen hebben echter geen goede kwaliteit. Hun verhouding bedraagt:

- Voor de grote terts, bijvoorbeeld do tot mi: 81/64, dit is 1,265625, en dit wijkt tamelijk sterk af van de reine verhouding, die 5/4 (= 1,25) bedraagt

- Voor de kleine terts, bijvoorbeeld mi tot sol: $2^5/3^3$, dit is 1,185.., en dit wijkt tamelijk sterk af van de reine verhouding, die 6/5 (= 1,2) bedraagt

Om bovenstaande redenen werd gezocht naar structuren die kunnen leiden tot betere tertsen.

De toevoeging van de verhoudingen 5/4 en 6/5 en combinaties van deze verhoudingen, aan de verhouding 3/2, hebben geleid tot de toonladder in tabel 7.

| | | | |
|---|---|---|---|
| c | 2/1 | 2/1 | 2 |
| b | 15/8 | 3/2 x 5/4 | 1,875 |
| bes | 16/9 | 4/3 x 4/3 | 1,7777.. |
| ais | 225/128 | $[(5/4)^2 \times (3/2)^2] / 2$ | 1,757813 |
| a | 5/3 | 5/4 x 4/3 | 1,6666.. |
| as | 8/5 | 2 / (5/4) | 1,6 |
| gis | 25/16 | 5/4 x 5/4 | 1,5625 |
| g | 3/2 | 3/2 | 1,5 |
| ges | 64/45 | 4 / (3/2 x 3/2 x 5/4) | 1,4222.. |
| fis | 45/32 | $[(3/2)^2 \times 5/4] / 2$ | 1,40625 |
| f | 4/3 | 4/3 | 1,3333.. |
| e | 5/4 | 5/4 | 1,25 |
| es | 6/5 | 6/5 | 1,2 |
| dis | 75/64 | $[(5/4)^2 \times 3/2] / 2$ | 1,171875 |
| d | 9/8 | (3/2 x 3/2) / 2 | 1,1111.. |
| des | 16/15 | 2 / (5/4 x 3/2) | 1,0666.. |
| cis | 25/24 | (5/4) / (6/5) | 1,0416.. |
| c | 1 | 1 | 1 |

Tabel 7: Natuurlijk harmonische toonladder

Bij vergelijk van de waarden in tabel 7 met deze van de Pythagorische toonladder in tabel 5 stelt men vast:

- Men heeft eenvoudiger verhoudingen, en dit draagt bij tot een betere welluidendheid
- Bij enharmonische noten zijn de kruisen kleiner dan de mollen in plaats van groter.

De natuurlijke halve tonen zijn groter dan de chromatische halve tonen, in plaats van het omgekeerde.

Men kan de reine kwinten en grote en kleine tertsen overzichtelijk en systematisch in een schema voorstellen, zoals in figuur 19 hieronder. Deze figuur geeft duidelijk aan dat de structuur van het systeem zeer strak is vastgelegd.

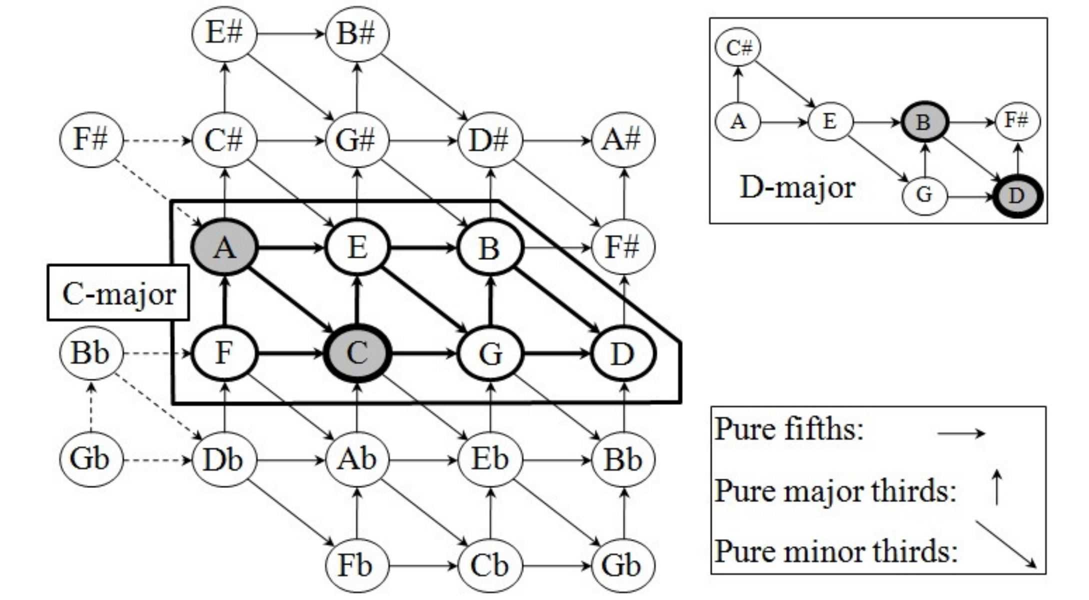



Fig. 19: Reine intervallen binnen het Natuurlijk Harmonisch Systeem

Er kan ook opgemerkt worden hoe elke toonaard een eigen structuur heeft. Zie bijvoorbeeld de toonaard in C-groot (omlijnd in de figuur) en D-groot (afzonderlijk hertekend).

5.4 Gebruik van andere verhoudingen

Een recent en gekend, doch specifiek experiment, is de toonladder volgens Huygens-Fokker, met 31 toetsen voor 31 noten per octaaf, geïmplementeerd op een speciaal daartoe gebouwd orgel. Het priemgetal 7 zou mee verwerkt zijn in een aantal muzikale intervals.

## 6. Het temperen / De Temperamenten

De onder 5 voorgestelde structuren bevatten kruisen en mollen. Deze zijn paarsgewijze bijna gelijk, en dit heeft er in de muziekpraktijk toe geleid ze te beschouwen als slechts één enharmonische noot, en dit geeft de mogelijkheid om klavieren te kunnen bouwen met slechts twaalf toetsen per octaaf. Hier stelt zich echter de vraag op welke toonhoogte men de gewijzigde noten moet instellen: op de toonhoogte van de kruisen, op deze van de mollen, op intermediaire waarden…?
Ook het naast elkaar bestaan van de Pythagorische (5.2.3) en de Natuurlijk Harmonische wijze van stemmen (5.3), maakt dat men gedwongen voor een keuze staat.

Tientallen varianten werden met wisselend succes bedacht om een systeem geschikt voor een klavier met 12 toetsen tot stand te brengen. Enkele ervan worden hier kort besproken.

6.1 De (1/4-de komma) middentoon (Zarlino 1517-1590)

| "Vierde komma" Middentoon | | |
|---|---|---|
| c" | 2/1 | 526,4 |
| b' | g x 5/4 | 491,9 |
| bes' | fis x 5/4 | 470,8 |
| a' | f x 5/4 | 440,0 |
| gis' | e x 5/4 | 411,2 |
| g' | es x 5/4 | 393,5 |
| fis' | d x 5/4 | 367,8 |
| f' | cis x 5/4 | 352,0 |
| e' | c x 5/4 | 329,0 |
| es' | 6/5 / (1/4 komma) | 314,8 |
| d' | (10/9) x 1/2 komma = (9/8) / (1/2 komma) | 294,2 |
| cis' | 25/24 x 1/4 komma | 275,0 |
| c' | 1 | 263,2 |
| Tabel 8 | | |

In dit temperament wordt de grote terts op do in twee gelijke delen verdeeld, -vandaar de naam van deze structuur-, en worden cis en es met een vierde komma gecorrigeerd. Alle andere noten worden bekomen door op deze noten reine grote tertsen te bouwen.
De structuur van de middentoon komt duidelijk tot uiting in de kwintencirkel figuur 20. Van alle temperamenten bevat dit temperament het grootst aantal reine tertsen: 8 in totaal (de volle lijnen in de figuur).
De middentoon is door zijn structuur een zeer welluidend temperament in de minder verwijderde toonaarden (dit zijn toonaarden met weinig wijzigingstekens aan de notenbalk; de majeur toonaarden B*b*, F, C, G, D, A; zie ook figuur 18 en tabel 6).
De middentoon heeft het nadeel een zeer sterke wolfskwint te

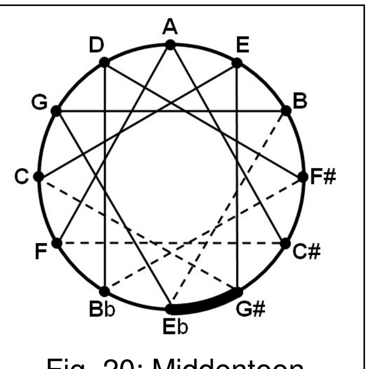


Fig. 20: Middentoon

bevatten: de veel te grote kwint op gis. Daardoor kan men niet onbeperkt in alle toonaarden spelen. Omwille van de wolfskwint, komen de majeur toonaarden E, B, G*b*, D*b*, A*b*, E*b* slechts voor indien de componist ze bewust gekozen heeft omwille van bepaalde gewenste muzikale affecten. Anders gezegd: er worden in de middentoon, onder normale omstandigheden, niet meer dan drie kruisen of twee mollen toegelaten in de voortekening aan de toonladder.
Er bestaan op de klassieke vierde komma middentoon wel een aantal varianten, met de bedoeling het toepassingsgebied van de middentoon te vergroten.
Alle "toegelaten" toonaarden hebben een gelijk muzikaal karakter. Verwijderde toonaarden (meer dan 3 # of 2 b) hebben sterk verschillende muzikale karakters.

## 6.2 Het gelijkzwevend temperament

Dit is het meest éénduidig temperament, en wellicht ook publiek het meest algemeen gekend.
Hierin worden de twaalf kwinten volledig gelijk gemaakt, en daardoor zijn ook de twaalf halve tonen in een octaaf allen gelijk. Een halve toon heeft daarom de waarde:

$$\sqrt[12]{2} = 1{,}059463 \qquad \text{Formule 20}$$

Dit geeft dus volgende octaafindeling:

| Noot | c' | cis' | d' | es' | e' | f' | fis' | g' | gis' | a' | bes' | b' | c'' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Verhouding | 1 | $2^{1/12}$ | $2^{2/12}$ | $2^{3/12}$ | $2^{4/12}$ | $2^{5/12}$ | $2^{6/12}$ | $2^{7/12}$ | $2^{8/12}$ | $2^{9/12}$ | $2^{10/12}$ | $2^{11/12}$ | 2 |
| Toonhoogte | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,5 | 349,2 | 370,0 | 392,0 | 415,3 | 440,0 | 466,2 | 493,9 | 523,2 |

Tabel 9: Gelijkzwevend temperament

De kwinten wijken slechts zeer weinig af van de volledig reine kwint, want de relatief kleine pythagorische komma wordt door deze indeling door twaalf gedeeld en over de kwinten verspreid.
De tertsen, groot en klein, zijn beter dan de Pythagorische tertsen, maar wijken toch nog allen gelijk en tamelijk sterk af van een reine terts, wat de goede harmonie van akkoorden enigszins afzwakt.
Omwille van de irrationele verhouding van toonhoogtes, kan dit temperament niet of slechts zeer moeilijk op het oor ingesteld worden, zonder gebruik van hulpmiddelen.

Een misverstand, dat J. S. Bach (1685 - 1750) het gelijkzwevend temperament zou gebruikt hebben voor zijn muziekstuk "Das wohltemperierte Klavier", heeft zeer lang standgehouden, en leeft nog steeds zeer sterk bij het groot publiek. Wellicht moet men voor dit muziekstuk eerder denken aan een of enkele van de welgetemperde temperamenten, zoals hieronder beschreven.

## 6.3 Wel getemperde temperamenten

Werckmeister (1645 - 1706) definieerde aan welke criteria een welgetemperd temperament dient te voldoen (Orgelprobe 1681), en zijn definitie wordt nog steeds aanvaard.

Welgetemperd stemmen veronderstelt een mathematisch-akoestische en praktisch-muzikale indeling van de tonen van een octaaf in twaalf delen, opdat er op basis van het rein systeem een onberispelijke uitvoering mogelijk zou zijn in alle toonaarden, waarbij dient gestreefd te worden naar een zo hoog mogelijke reinheid van de diatonische intervallen.
Dit temperament komt voor als een spaarzaam temperende, aan verhoudingen gebonden versoepeling en verlenging van het middentoonsysteem, als ongelijkzwevende halve tonen en als gelijkzwevend temperament."

*"Wohltemperierung heiszt mathematisch-akustische und praktisch-musikalische Einrichtung von Tonmaterial innerhalb der zwölfstufigen Oktavskala zum einwandfreien Gebrauch in allen Tonarten auf der Grundlage des natürlich-harmonischen Systems mit Bestreben möglichster Reinerhaltung der diatonische Intervalle.*
*Sie tritt auf als proportionsgebundene, sparsam temperierende Lockerung und Dehnung des mitteltönigen Systems, als ungleichschwebende Semitonik und als gleichschwebende Temperatur." (Orgelprobe, 1681)*

Het is mogelijk om op een mathematische wijze model-"temperamenten" te berekenen die aan deze definitie voldoen, en die tegelijk een optimale mathematische benadering zijn van de natuurlijk harmonische toonaard in C-groot (zie 5.3). Hiertoe bepaalt men de toonhoogtes die leiden tot een minimum voor de "RMS-PBP" waarde, volgens formule 21 hieronder:

$$"RMS\ PBP" = \sqrt{\sum \frac{(onreinheid)^2}{13}} \qquad \text{Formule 21}$$

- "RMS PBP": Root Mean Square of Percentage Beat Pitches
  = kwadratisch gemiddelde van de procentuele zweeffrequenties
- *Onreinheid*: de in de formule te gebruiken onreinheden zijn de procentuele zweeffrequenties volgens formules 17, 18, en 16, voor de grote tertsen op do, fa en sol; de kleine tertsen op re, mi, la, si; en de kwinten op do, re, mi, fa, sol, la (zie C=groot in fig. 19). De kwint op si wordt niet meegerekend, want deze leidt tot fa#, die geen deel uitmaakt van de diatonische toonladder in C-groot.

De bekomen toonhoogtes staan hieronder in tabel 10:

| Noot | c' | cis' | d' | es' | e' | f' | fis' | g' | gis' | a' | bes' | b' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PBP | 263,8 | 278,0 | 294,9 | 312,8 | 329,6 | 351,9 | 370,7 | 395,2 | 417,0 | 440,0 | 469,1 | 494,2 |
| PBP-min.th | 263,4 | 277,7 | 294,6 | 312,5 | 329,4 | 351,5 | 370,3 | 394,5 | 416,6 | 440,0 | 468,7 | 493,8 |
| PBP-maj.th | 262,8 | 277,3 | 294,1 | 311,9 | 329,1 | 350,9 | 369,7 | 393,1 | 415,9 | 440,0 | 467,9 | 492,9 |

Tabel 10: Optimale modellen voor Welgetemperd stemmen

Drie modellen zijn mogelijk:

- PBP-model: een beste benadering, zonder begrenzing op de kwaliteit van de tertsen

- PBP-min.th.: een beste benadering, waarbij er op gelet wordt dat er geen kleine tertsen zijn die beter zouden zijn dan de minst goede kwint
- PBP-maj.th.: een beste benadering, waarbij er op gelet wordt dat er geen grote tertsen zijn die beter zouden zijn dan de minst goede kwint

Het is het mogelijk om historische welgetemperde temperamenten te vergelijken met de uitgewerkte modellen, en ze op basis hiervan te rangschikken. De vergelijking gebeurt door berekening volgens volgende formule 22:

$$\text{"}RMS\ \Delta\ PBP\text{"} = \sqrt{\sum \frac{(onreinheid1 - onreinheid2)^2}{36}} \qquad \text{Formule 22}$$

“*Onreinheid*1 - *onreinheid*2”: de verschillen in procentuele waarden volgens formules 17, 18, en 16, van de wederzijdse onreinheden van de te vergelijken temperamenten, voor alle tertsen, groot en klein, en alle kwinten.

Dit levert onderstaande (ingekorte) tabel 11 op:

| Temperament | RMS Δ PBP | Temperament | RMS Δ PBP | Temperament | RMS Δ PBP |
|---|---|---|---|---|---|
| PBP | 0,00 | PBP-min.th | 0,00 | PBP-maj.th | 0,00 |
| Kirnberger III unequal 1779 | 0,66 M | Kirnberger III 1779 | 0,43 M | Vallotti-Tartini 1750 | 0,28 |
| Kirnberger III 1779 | 0,67 M | Kirnberger III unequal 1779 | 0,47 M | Young 1800 | 0,40 |
| Kelletat 1966 | 0,85 Mm | Sievers 1868 | 0,68 M | Barca acc. Devie 1786 | 0,47 |
| Stanhope 1806 | 0,88 Mm | Vogel (Stade) | 0,72 M | Barnes 1979 | 0,52 |
| Vogel (Stade) | 0,93 M | Vallotti-Tartini 1750 | 0,77 | Mercadier 1788 | 0,58 |
| Sievers 1868 | 0,94 | Kellner1976 | 0,82 M | Lambert 1774 | 0,67 |
| Kellner1976 | 1,06 M | Young 1800 | 0,85 | Neidhardt-4 1732 | 0,71 |
| Werckmeister III 1681 | 1,08 | Neidhardt-4 1732 | 0,86 | Neidhardt-1 | 0,71 |
| Neidhardt-4 1732 | 1,08 | Werckmeister III 1681 | 0,88 | Werckmeister III 1681 | 0,79 |
| Vallotti-Tartini 1750 | 1.09 | Mercadier 1788 | 0,90 | Weingarten 1750 | 0,81 |

Tabel 11: Vergelijk tussen historische temperamenten en ontwikkelde modellen

Enkele welgetemperde temperamenten uit tabel 11 komen veel voor. Tabel 12 hieronder bevat daarom ook de stemgegevens voor deze temperamenten.

| Noot | c' | cis' | d' | es' | e' | f' | fis' | g' | gis' | a' | bes' | b' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vallotti-Tartini | 262,5 | 277,2 | 294,0 | 311,8 | 329,2 | 350,8 | 369,6 | 392,9 | 415,8 | 440,0 | 467,8 | 492,7 |
| Young | 262,5 | 277,2 | 294,0 | 311,8 | 329,2 | 350,4 | 369,6 | 392,9 | 415,8 | 440,0 | 467,8 | 493,3 |
| Neidhardt-4 | 262,5 | 277,2 | 294,3 | 311,5 | 328,9 | 350,0 | 369,6 | 393,4 | 415,3 | 440,0 | 467,2 | 493,3 |
| Werckmeister III | 263,4 | 277,5 | 294,3 | 312,2 | 330,0 | 351,3 | 370,0 | 393,8 | 416,3 | 440,0 | 468,3 | 495,0 |
| Kirnberger III | 263,1 | 277,2 | 294,5 | 311,8 | 328,9 | 350,8 | 370,0 | 393,8 | 415,8 | 440,0 | 467,7 | 493,3 |

Tabel 12: Stemgegevens voor enkele gekende Welgetemperde Temperamenten

De reinheid van de grote tertsen en kwinten van deze temperamenten wordt hieronder weergegeven in fig. 21. De grafieken geven de frequentie van de zweving weer, uitgedrukt in percent van de frequentie van de grondnoot van het interval (PBP).
Ter informatie worden in deze figuur eveneens de waarden getekend voor Pythagorische tertsen, en tertsen van het gelijkzwevend temperament.

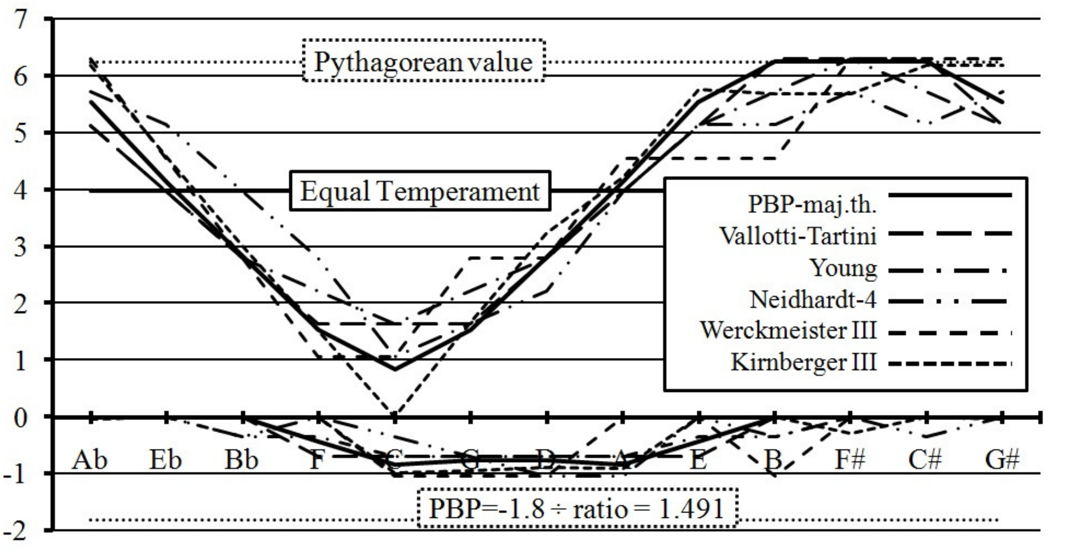


Fig. 21: Grote Tertsen en Kwinten van Historische Welgetemperde Temperamenten

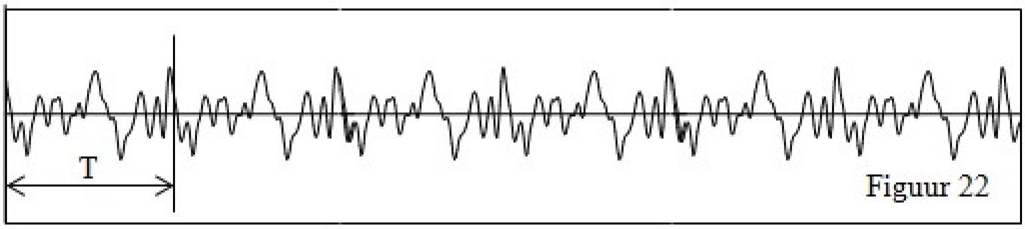
# 7 Meting van een Toonhoogte

## 7.1 Meetmethode

Uit voorgaande hoofdstukken blijkt dat de toonhoogte van een klank, of de verhouding van toonhoogtes van klanken, sleutelelementen zijn in de muziek.
Het is mogelijk om vertrekkend van één referentienoot alle andere noten af te leiden, zonder dat daartoe enig meetinstrument vereist is, gewoon door bij opeenvolgende goed uitgekozen intervallen, meestal kwinten, octaven en grote tertsen, te letten op de zwevingen.
Men heeft aldus gedurende eeuwen muziekinstrumenten gestemd zonder enig meetmiddel, en men doet dit nog steeds.
Indien men een objectief zicht wil hebben over de wijze waarop een muziekinstrument gestemd is, dan is het vereist om de toonhoogte van de klank te kunnen meten.
Klassieke frequentiemeters gebruikt in de elektrotechniek voldoen meestal niet om de toonhoogte van een klank te kunnen meten:

- Zuivere muziek vereist dat men tot minstens vier cijfers nauwkeurig moet kunnen meten, en bij lage frequenties vergt dit een lange meettijd.
- Bij lage tonen kan men de periode van het signaal meten in plaats van de frequentie, wat de meettijd voor deze noten aanzienlijk inkort.

- Deze meters tellen het aantal keren dat een signaal de nullijn of een bepaald niveau kruist gedurende een gekozen tijdsperiode, maar bij complexe klanken is het mogelijk dat het signaal gedurende één periode meerdere keren de nullijn of een ingesteld niveau kruist, zodat er een verkeerde telling gebeurt van het aantal perioden gedurende de meettijd, wat duidelijk blijkt uit het voorbeeld in figuur 22, hieronder, waarin T de periode is van het signaal:



Figuur 22

- Vooral bij uitstervende klanken, bijvoorbeeld deze van een piano of klavecimbel, kan men problemen hebben met niveau en meettijd.

Omwille van het bovenstaande zijn meestal specifieke instrumenten vereist bij het meten van muzikale toonhoogtes. Ook met digitale computers, die nu met voldoende rekenvermogen alom tegenwoordig zijn, kan men zeer goed toonhoogtes meten, mits gebruik van daartoe geschikte programma's.

## 7.2 Meetschaal

### 7.2.1 De "Cent"

Het gelijkzwevend temperament ligt voor de muziek aan de basis van een zeer veel gebruikte toonhoogte meetschaal, met een zeer verfijnde indeling van het octaaf.
Hierbij wordt het octaaf in 1.200 evenredige delen verdeeld, cent genoemd, zodat men 100 cent per halve noot van het gelijkzwevend temperament heeft. Deze toonverhouding heeft dus de in formule 23 berekende waarde.

$$\sqrt[1200]{2} = 1{,}00057779 \qquad \text{Formule 23}$$

Voor het gemak van het vergelijken en berekenen van toonafstanden wenst men een schaal waarbij men toonafstanden met elkaar kan optellen en aftrekken, in plaats van ze te moeten vermenigvuldigen en delen. Dit kan door te rekenen met de logaritme van de verhoudingen. Aangezien men 1200 logaritmische cents heeft in één octaaf, voor een verhouding 2 dus, kan men een toonafstand in cent berekenen bij middel van formule 24.

$$\text{Een toonafstand in cent} = 1200 \times \log_2\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = 1200 \times \frac{\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{\log 2} \qquad \text{Formule 24}$$

Praktisch alle muzikale toonhoogtemeters zijn geijkt volgens het gelijkzwevend temperament, en ze meten aldus de afwijking in cents ten overstaan van de meest nabijgelegen noot van dit temperament.

### 7.2.2 Savart (1791-1841)

Savart heeft eveneens een logaritmische schaal voor toonhoogtes gedefinieerd. Bij deze schaal komt een toonhoogteverhouding 10/1 overeen met 1000 savart.
Mits een kleine afronding (met slechts ongeveer 0,3 % fout), kan nagerekend worden dat één savart overeenkomt met vier cent.
Deze schaal wordt in de praktijk bijna nooit gebruikt. Ze is zoals het metrisch stelsel het product van een verregaande wens tot decimaliseren van maten en gewichten bij het begin van de 19-de eeuw.
Er bestaan nog andere alternatieven.

# 8 Waarneming van muziek door het oor

## 8.1 Herkenning van de toonhoogte

De wijze waarop het oor geluid waarneemt wordt nog steeds verder onderzocht, en veel aspecten in verband met geluidswaarneming door de mens zijn nog niet met zekerheid objectief wetenschappelijk gekend.
Onderstaande bespreking geeft daarom slechts een zeer summiere en uiterst vereenvoudigde beschrijving van de werking van het oor.

Geluid, muziek, treedt het binnenoor binnen via het trommelvlies en loopt over een aantal gehoorbeentjes tot bij het ovaal venster van het slakkenhuis. Het geluid doorloopt vandaar verder het slakkenhuis, waarbinnen een basilair membraan is gespannen waarop ongeveer 29.000 trilhaartjes kunnen meetrillen. De ontrolde lengte van slakkenhuis en membraan bedraagt ongeveer 35 mm.
Er zijn ongeveer 25.000 zogenaamd "buitenste trilhaartjes" die het ontvangen geluid zouden versterken, en ongeveer 3.500 zogenaamd "binnenste trilhaartjes" die verbonden zijn met de gehoorzenuw. De binnenste trilhaartjes prikkelen de gehoorzenuw, die de signalen doorgeeft aan de hersenen.
Het basilair membraan is stijf en smal bij de ingang bij het ovaal venster en wordt elastischer en breder naar de top van het slakkenhuis. Deze structuur van het basilair membraan heeft als gevolg, dat het aan de ingang van het slakkenhuis sterk zal meetrillen met hoge frequenties, en aan de top van het slakkenhuis met lage frequenties.
De plaats waar het meetrillen met het inkomend geluid maximaal is, is dus functie van de frequentie, en ligt van hoog naar laag over de lengterichting van het basilair membraan verdeeld.

Het oor realiseert aldus een soort van frequentie analyse, die doet denken aan de wijze waarop een Fourier integraal (zie formules 3 en 4) een klank analyseert.

In de ***wetenschappelijk niet geverifieerde veronderstelling*** dat voor het menselijk oor:

- Elk binnenste trilhaartje, dank zij het basilair membraan op één bepaalde toonhoogte zou "afgestemd" zijn,
- Er een gelijke verhouding in toonhoogte zou zijn tussen alle opeenvolgende binnenste trilhaartjes,

zou men een toonhoogteverhouding tussen de trilhaartjes van het menselijk oor bekomen die gelijk zou zijn aan deze in formule 25 hieronder:

$$f_2 / f_1 = \sqrt[3.500]{\frac{20.000}{20}} = 1{,}001976... \qquad \text{Formule 25}$$

Een vergelijk van deze waarde met de waarde van:

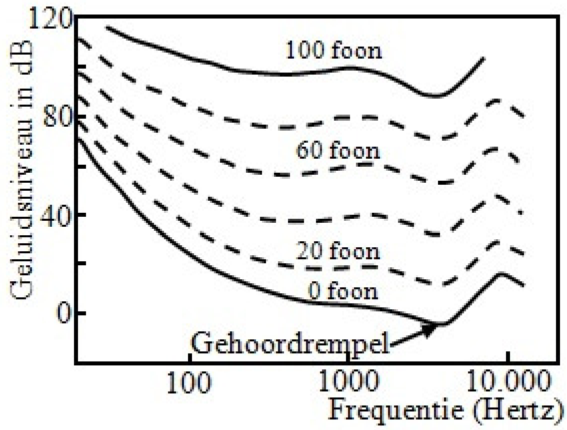
- één pythagorische komma: 1.013643…(een halve komma = 1.0068…)
- of met de waarde $3^{53}/2^{84}$: 1.002093…
- of met de waarde van één cent: 1.0005779…

ondersteunt de wetenschap dat het menselijk oor uiterst gevoelig is voor afwijkingen in frequentie, van een klank. Men vermeldt gevoeligheden tot 1/2 komma (ong. 1.0068…) voor muzikaal getrainde waarnemers.
Anderzijds moet hier opgemerkt worden dat de exacte wijze waarop het oor in staat is om toonhoogtes zo fijn te herkennen nog steeds niet volop wetenschappelijk verklaard is. Bovenstaande redenering voldoet NIET, want er is wel reeds geweten en vastgesteld dat de frequentie selectiviteit van het basilair membraan en van de trilhaartjes niet volstaat om de selectiviteit van het oor in zijn geheel te verklaren op de wijze zoals hierboven verondersteld. De hersenen, "het muzikaal geheugen", en mogelijk nog andere elementen zoals bijvoorbeeld de verdeling van de harmonischen van een klank, de intensiteit waarmee een trilhaartje wordt aangesproken spelen zeer waarschijnlijk ook een belangrijke rol.

## 8.2 Gevoeligheid van het oor - Gehoorcurve

Het oor is gevoelig voor verschillen in geluidssterkte, en heeft een zeer hoog dynamisch bereik: de verhouding tussen de gehoorgrens en het pijnniveau voor geluid ligt hoger dan een factor 1/100.000.
De gevoeligheid is ook afhankelijk van de frequentie. Bij het ouder worden vermindert de gevoeligheid van het oor door verzwakking van de buitenste haarcellen.
De buitenste haarcellen kunnen beschadigd geraken en definitief hun functie verliezen bij blootstelling aan te hoge geluidsintensiteit, wat leidt tot verzwakking van het gehoor.

Figuur 23 geeft een ruwe schets van de gevoeligheid van het oor bij een normaal volwassen persoon. De "foon" lijnen zijn lijnen van gelijke gevoeligheid, en deze lijnen werden experimenteel bepaald door proeven met een representatieve groep luisteraars. In de figuur zijn foon-lijnen van gelijke luidheid uitgetekend, in functie van de frequentie, ten overstaan van het overeenkomend objectief meetbaar geluidsniveau gemeten in deciBel. Bij de frequentie 1000 Hz wordt de "foon" gelijk gesteld aan de "deciBel".



Figuur 23

Het geluidsniveau in deciBel is een objectieve maat voor de door het geluid veroorzaakte drukvariaties. Het geluidsniveau in deciBel wordt bekomen door toepassing van formule 26, waarin $p_0$ een genormaliseerde referentie drukvariatie is en $p_1$ de gemeten drukvariatie veroorzaakt door het geluid. De waarde van $p_0$ in de lucht is genormaliseerd op 20 micropascal (20 µP).

$$\text{Geluidsniveau in dB} = 20.\log\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \qquad \text{Formule 26}$$

Vb: - De geluidsdruk bij 80 dB is 10.000 maal sterker dan de geluidsdruk bij 0 dB.
- Een geluidsdruk verhouding gelijk aan 2, komt overeen met ongeveer 6 dB verschil

Figuur 20 laat ook zien dat het oor het gevoeligst is rond een frequentie van ongeveer 3.000 Hz, en dat deze gevoeligheid snel vermindert naar hogere frequenties, en vooral ook naar lagere frequenties toe.

# 9 Problemen bij het stemmen van muziekinstrumenten

## 9.1. Structuur van een octaaf

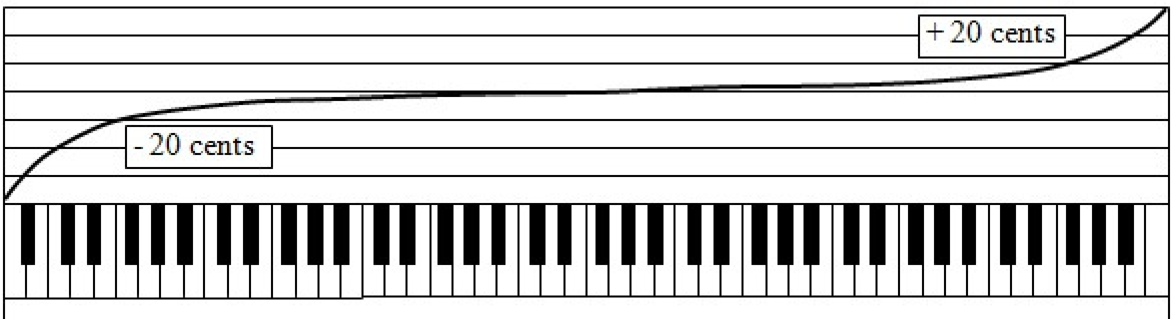
Op basis van al het bovenstaande werd het duidelijk dat een octaaf op een klavier met 12 toetsen ***NOOIT*** kan ingedeeld worden in intervals die allen zuiver zijn.
Het instellen van de twaalf noten in een octaaf gaat daarom dwingend gepaard met het aanvaarden van een aantal compromissen; het kiezen van een gewenst temperament.
Men zal de keus van een welbepaald temperament laten afhangen van een aantal muzikale criteria, artistieke criteria dus, die deel uitmaken van de artistieke vrijheid van de muzikant, maar die ook functie zijn van de periode waarin een stuk werd geschreven en van het muziekinstrument waarop het zal worden uitgevoerd.

9.2 Structuur van de klank

Er is echter meer dan alleen maar de structuur van het octaaf.
Bij een fysiek akoestisch muziekinstrument zal men vaststellen dat de reeks van harmonischen nooit precies gelijk samenvalt met een reeks van gehele veelvouden van de grondfrequentie: de factor "ε" in de formule 5 is dus niet gelijk aan 0 (nul).

De redenen hiervan zijn:

- Unidimensionele trillichamen zoals snaar of luchtkolom:
  De harmonischen zijn slechts zeer precies gelijk aan een geheel veelvoud van de grondtoon in het theoretisch geval dat de snaar of luchtkolom oneindig dun is, de snaar oneindig soepel en zonder wrijving met de lucht, de wanden van de luchtkolom oneindig stijf en de lucht zonder enige viscositeit, ….. Het is slechts in dit geval dat de knopen of buiken van de trilling precies overeenkomen met de uiteinden van snaar of luchtkolom. Bij een reële snaar of luchtkolom is dit niet het geval, met een afwijking van de perfecte harmonische reeks, zoals gesteld in formule 5, als gevolg.
  - Stretching:
    Bij snaren liggen de harmonischen gewoonlijk iets hoger dan verwacht. Gevolg is dat bij het stemmen op het oor de intervals iets groter worden, zodanig dat gemeten naar de grondtoon toe, de octaven iets gerekt worden; zie figuur 24.
    Dit verschijnsel is verschillend van instrument tot instrument, omdat het afhangt van de kwaliteit van het instrument en van de snaren, en is het sterkst bij de laagste en de hoogste noten:
    - Bij de laagste noten omwille van de kunstmatige verzwaring, verdikking, van de snaar bij middel van omwikkelingen met bronsdraad. Dit maakt dat de snaar sterk afwijkt van het ideaal theoretisch model.
    - Bij de hoogste noten doordat de snaar zich ingevolge haar korte lengte in combinatie met haar stijfheid gedeeltelijk als een staaf begint te gedragen



Figuur 24

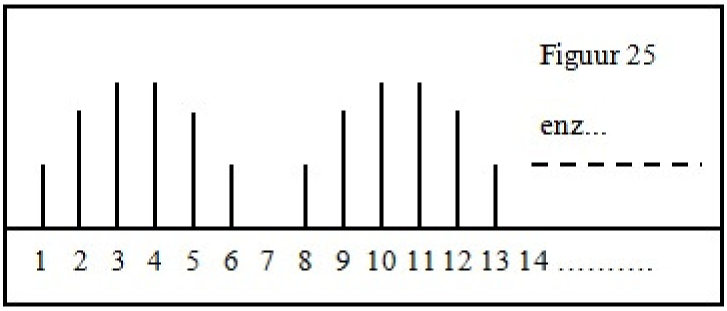
- Trillichamen met twee of drie dimensies:
  - Met twee dimensies: bijvoorbeeld een trillend vlies zoals bij een pauk

- Of drie dimensies, vb.: een trillend lichaam zoals bij een klok of ook heel wat perkussie-instrumenten

Theoretische analyse van de trileigenschappen van deze lichamen toont aan dat de "harmonischen" zeer sterk kunnen afwijken van gehele veelvouden van de grondtoon. Slechts in geval van specifieke verhoudingen in vorm en afmeting kan men deze afwijkingen beperken.
Deze instrumenten zijn bijgevolg zeer moeilijk te stemmen.

- Klanken met zwakke of geen grondtoon.

Theoretische analyse van de klank die bijvoorbeeld wordt voortgebracht door een ideale snaar (oneindig dun en soepel) die op 1/7 van haar lengte door een ideale hamer (oneindig dun en hard) wordt aangeslagen, dit teneinde de 7-de harmonische te vermijden, leidt tot de harmonische structuur gegeven door formule 27 (de faseverschuivingen worden hier niet in rekening gebracht), en figuur 25.




$$a_n = \left| a_1 \sin\left(\frac{\pi.n}{7}\right) \right|$$ Formule 27

Noot: - Bij een reële snaar en hamer is er een verzwakking naar hogere tonen toe
- Men kan zich ook nog andere mogelijke harmonische structuren voorstellen, waarbij er een aantal harmonischen ontbreken.

Bij klanken met zwakke lagere harmonischen kan het gemakkelijker zijn om te stemmen op bijvoorbeeld de 3-de of 4-de harmonische, of nog een andere harmonische, in plaats van op de grondtoon. Bij de laagste pianotonen bijvoorbeeld kan het bijna niet anders.

## 9.3 Toonhoogte waarneming van complexe klanken, of van veelvuldige klankbronnen op "gelijke" toonhoogte

Stemmers met een goed geschoold muzikaal oor zijn in staat om klanken met zeer verschillende structuren toch goed op elkaar af te stemmen.

Samenspel van verschillende instrumenten, bijvoorbeeld in een orkest, en samenzang, bijvoorbeeld in een koor, blijken muzikaal perfect mogelijk en zelfs zeer gewenst en aangenaam.
Bij de uitvoering van muziek blijkt het feit dat elk instrument of elke zanger een zelfs uiterst miniem toonhoogteverschil met anderen kan hebben binnen zekere grenzen niet te storen:

op een of andere manier synthetiseert het oor één klank uit het geheel aan quasi gelijke toonhoogtes, en het waarnemen van zwevingen blijft meestal achterwege.

Uit bovenstaande blijkt duidelijk hoe krachtig en complex het oor samen met de hersenen zijn functies vervult.

Het is mogelijk om bij middel van stemapparatuur zeer goed de instelling van een temperament te benaderen die men zou bekomen indien het op het oor zou ingesteld geweest zijn, maar de menselijke evaluatie van de instelling zal steeds individueel afhankelijk blijven van het individueel menselijk gehoor: elk individu hoort anders, zoals ook elk individu smaken en kleuren anders dan andere waarnemers kan ervaren.

## Besluit

Met deze tekst werd gepoogd om op elementaire wijze een tipje van de sluier te lichten omtrent de ***wetenschappelijke*** complexiteit van het stemmen van een muziekinstrument, van de muziek in het algemeen, en van het muzikaal gehoor.

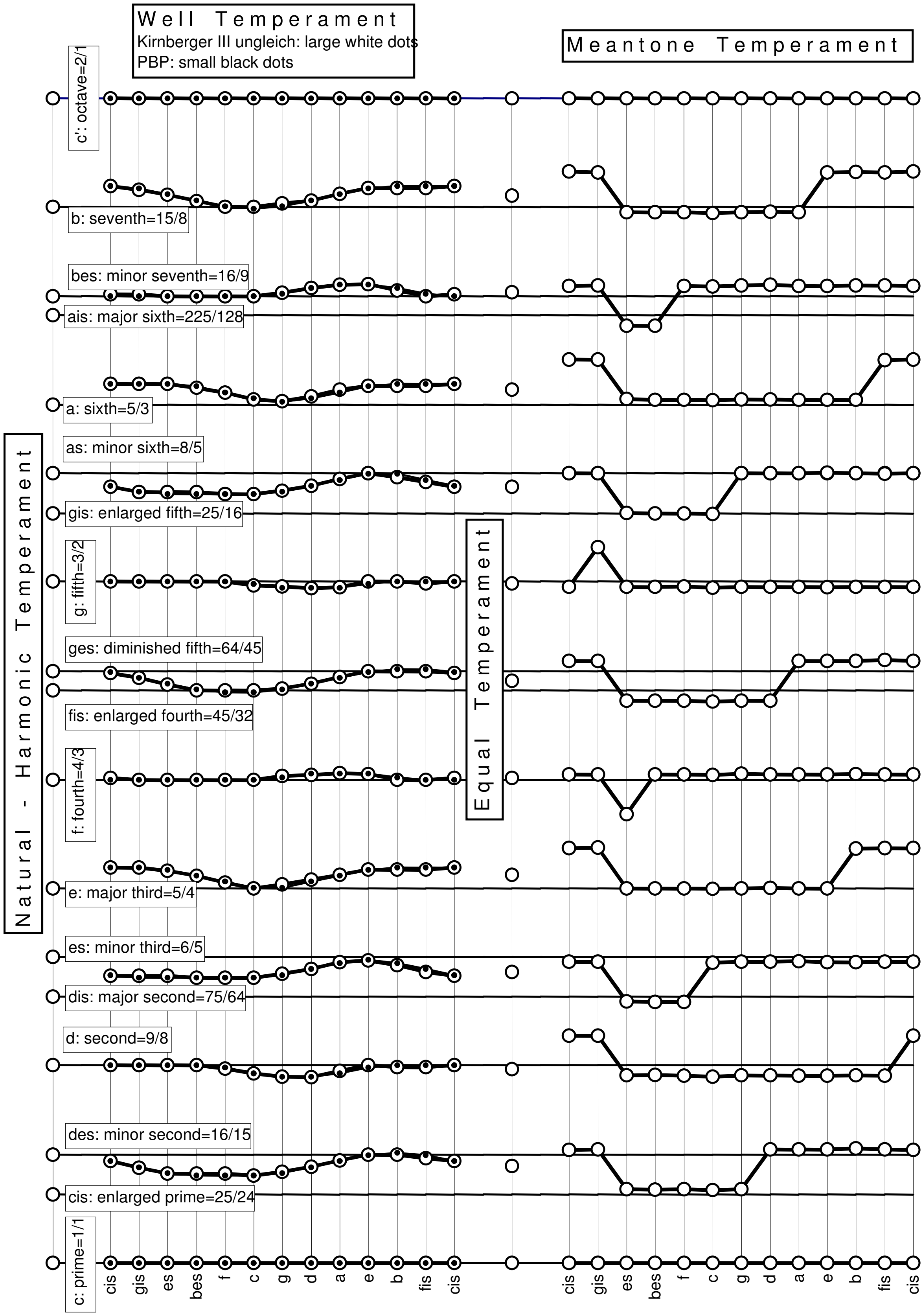
Gelukkig maar blijft de ***artistieke complexiteit*** in de muziek primeren, …

zoals het inderdaad ook hoort.

Johan Broekaert, november 2013

**Addendum**

# Graphic Overview of Musical Intervals, versus Temperaments and Keys



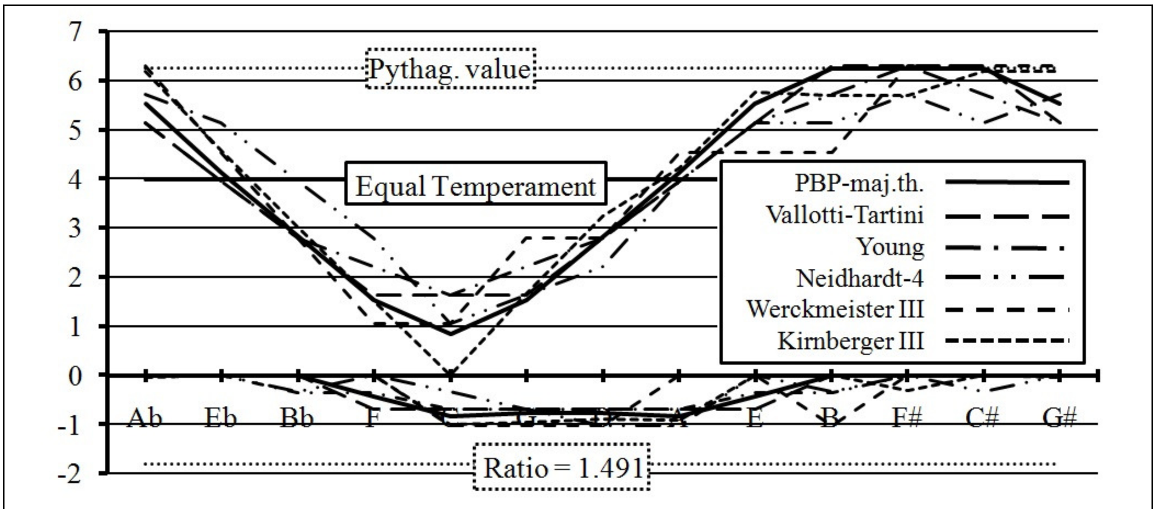

The vertical scale is calibrated in cents

Broekaert Johan 2010-10-02

Addendum

| | c' | cis' | d' | es' | e' | f' | fis' | g' | gis' | a' | bes' | b' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vallotti-Tartini | 262,5 | 277,2 | 294,0 | 311,8 | 329,2 | 350,8 | 369,6 | 392,9 | 415,8 | 440,0 | 467,8 | 492,7 |
| | 6.0 | 0.0 | 2.0 | 4.0 | -2.0 | 8.0 | -2.0 | 4.0 | 2.0 | 0.0 | 6.0 | -4.0 |
| Young | 262,5 | 277,2 | 294,0 | 311,8 | 329,2 | 350,4 | 369,6 | 392,9 | 415,8 | 440,0 | 467,8 | 493,3 |
| | 6.0 | 0.0 | 2.0 | 4.0 | -2.0 | 6.0 | -2.0 | 4.0 | 2.0 | 0.0 | 6.0 | -2.0 |
| Neidhardt-4 | 262,5 | 277,2 | 294,3 | 311,5 | 328,9 | 350,0 | 369,6 | 393,4 | 415,3 | 440,0 | 467,2 | 493,3 |
| | 6.0 | 0.0 | 4.0 | 6.0 | 0.0 | 4.0 | 6.0 | 0.0 | 4.0 | 6.0 | 0.0 | 4.0 |
| Werckmeister III | 263,4 | 277,5 | 294,3 | 312,2 | 330,0 | 351,3 | 370,0 | 393,8 | 416,3 | 440,0 | 468,3 | 495,0 |
| | 12.0 | 2.0 | 4.0 | 6.0 | 2.0 | 10.0 | 0.0 | 8.0 | 4.0 | 0.0 | 8.0 | 4.0 |
| Kirnberger III | 263,1 | 277,2 | 294,5 | 311,8 | 328,9 | 350,8 | 370,0 | 393,8 | 415,8 | 440,0 | 467,7 | 493,3 |
| | 10.4 | 0.8 | 3.2 | 4.5 | -3.3 | 8.4 | 0.6 | 6.6 | 2.8 | 0.0 | 6.5 | -1.3 |
| Gelijkzwevend temperament | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,5 | 349,2 | 370,0 | 392,0 | 415,3 | 440,0 | 466,2 | 493,9 |
| | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| 1/4 – komma middentoon | 263,2 | 275,0 | 294,2 | 314,8 | 329,0 | 352,0 | 367,8 | 393,5 | 411,2 | 440,0 | 470,8 | 491,9 |
| | 10.3 | -13.7 | 3.4 | 20.5 | -3.4 | 13.7 | -10.3 | 6.8 | -17.1 | 0.0 | 17.1 | -6.8 |
| Mathem. optim. (PBP-maj.th) | 262,8 | 277,3 | 294,1 | 311,9 | 329,1 | 350,9 | 369,7 | 393,1 | 415,9 | 440,0 | 467,9 | 492,9 |
| | 7,9 | 0,5 | 2,5 | 4,5 | -2,9 | 8,4 | -1,4 | 5,0 | 2,5 | 0,0 | 6,4 | -3,4 |

Stemgegevens



Grote Tertsen en Kwinten van Historische Welgetemperde Temperamenten